

文章编号:1673-2049(2015)04-0001-08

非均匀受压矩形钢管混凝土局部弹性屈曲分析

刘永健¹, 李 慧¹, 张 宁²

(1. 长安大学 陕西省公路桥梁与隧道重点实验室, 陕西 西安 710064;

2. 西北农林科技大学 水利与建筑学院, 陕西 杨凌 712100)

摘要:应用不同的特征函数描述了矩形板在非均匀压力作用下的屈曲形态,解决了采用三角级数为屈曲函数模拟非均匀受压荷载作用下单侧表面约束矩形板件屈曲模态的不对称问题;通过伽辽金法建立屈曲控制方程组,分析了非均匀荷载作用对矩形钢管混凝土构件局部弹性屈曲性能的影响。结果表明:钢管屈曲系数随着不均匀荷载梯度 α 增加而增大,纯弯作用下($\alpha=2$)的板件弹性屈曲荷载特征值约为轴压作用下的6倍;钢板的宽厚比限值随不均匀加载梯度 α 的增大而增加;非均匀荷载作用下非加载边固支约束板件的屈曲系数明显大于简支约束的板件。

关键词:矩形钢管混凝土;局部弹性屈曲;伽辽金法;临界屈曲系数

中图分类号:TU398.9

文献标志码:A

Local Elastic Buckling Analysis of Rectangular Concrete-filled Steel Tube Under Non-uniform Compression

LIU Yong-jian¹, LI Hui¹, ZHANG Ning²

(1. Shaanxi Provincial Major Laboratory for Highway Bridge & Tunnel, Chang'an University, Xi'an 710064,

Shaanxi, China; 2. School of Water Resources and Architectural Engineering, Northwest A&F

University, Yangling 712100, Shaanxi, China)

Abstract: The buckling modes of rectangular plates under non-uniform compression were described by using different characteristic functions, and the trigonometric series as buckling function to simulate the surface of the unilateral constraints under non-uniform compression load were solved, which rectangular plate buckling mode was asymmetric. The buckling governing equations by Galerkin method were built, then the effect of local elastic buckling under non-uniform load on rectangular concrete-filled steel tube (CFST) was analyzed. The results show that the steel tube buckling coefficient increases with non-uniform loading gradient α , uniform bending ($\alpha=2$) plate under elastic buckling load characteristic value is about 6 times than axial compression. The limit values of width-thickness ratio of steel increase with non-uniform loading gradient α . The buckling coefficient of fixed constraint plate with unloaded edges under non-uniform load is greater than that of simply supported plate.

Key words: rectangle concrete-filled steel tube; local elastic buckling; Galerkin method; critical buckling coefficient

收稿日期:2015-05-09

基金项目:国家自然科学基金项目(51178051,51378068);交通运输部建设科技项目(2013318812410)

中央高校基本科研业务费专项资金项目(310821151101, QN2013049)

作者简介:刘永健(1966-),男,江西玉山人,教授,博士研究生导师,工学博士,E-mail:steellyj@126.com。

0 引言

与圆管混凝土相比,矩形钢管混凝土结构具有节点连接构造简单、施工方便的特点^[1],适合作为钢管混凝土拱、桁架梁等新型桥梁结构的压弯杆件。为使压弯杆件具有较大的抗弯刚度和承载力,一般会增加矩形钢管混凝土的截面厚度(宽厚比)^[2-3]。若杆件截面宽厚比过大,矩形钢管混凝土侧壁板件在压力作用下易发生局部鼓曲,降低了结构的整体承载力^[4-5]。

钢管屈曲时,核心混凝土对钢板提供侧向约束,阻止钢板向混凝土一侧屈曲,使屈曲只能朝外侧发生,因而提高了板件失稳时的屈曲荷载特征值^[6-7]。在压弯作用下,钢管侧壁的局部稳定看作单侧表面约束矩形板的非均匀受压屈曲问题。该模型假定钢板放置在不拉弹性地基上,受非线性接触约束^[8-9]。此类屈曲能够使用能量法近似求解,通过假定符合板件约束条件的变形函数,利用势能驻值原理建立相应的方程组求解^[10]。Wright^[11]认为单侧受混凝土约束的钢板屈曲变形可用二重三角级数描述,并且计算了轴压钢板在各种边界约束条件下的弹性屈曲荷载特征值。该函数能够反映轴压作用下板件的挠曲面形状,在矩形钢管混凝土柱的局部屈曲分析中得到了广泛应用^[12]。Uy 等^[13]使用有限条法计算了各类板件的屈曲荷载特征值,该方法仍然使用三角函数描述沿荷载作用方向的屈曲变形,而在垂直荷载作用方向对板件条分离散,用有限个离散点的侧向位移来描述板件的挠曲变形,得到板件屈曲的半解析解。Shahwan 等^[14]通过变分原理建立了单侧表面约束板件的屈曲方程组,然后在板件上施加侧向力形成初始缺陷,用以抵消迭代求解方程组时遇到的矩阵奇异问题,所求结果可近似看作结构的屈曲特征值。Ma 等^[15]使用高次多项式函数近似表示板件沿垂直荷载作用方向的变形,并代入板件屈曲偏微分控制方程,通过数值迭代板件的非线性接触问题。这些研究可获得单侧表面约束矩形板在轴压作用下的屈曲荷载特征值,以及板件边界条件对屈曲模式的影响,其变化规律符合试验研究结果^[16]。然而,针对压弯荷载作用下的单侧表面约束板件屈曲问题还没有得到有效解决,这是由于以三角级数作为屈曲函数不能完全模拟非均匀荷载带来的板件屈曲模式不对称问题,而有限条法等数值方法求解过程复杂,无法直接给出该类板件屈曲的解析解。

在此基础上,本文针对矩形钢管混凝土管壁屈曲时的边界条件,尝试使用不同的特征函数来描述矩形板在非均匀压力作用下的屈曲,通过伽辽金法建立屈曲控制方程组,分析非均匀荷载对矩形钢管混凝土构件局部屈曲性能的影响。

1 屈曲模型

屈曲板件的非均匀荷载分布如图 1(a)所示,将几何尺寸为 $a \times b$ 的矩形钢板放置于混凝土上,忽略钢板与混凝土之间无粘结和摩擦作用,其中, a 为板件长度, b 为板件宽度。在压力和弯矩共同作用下,钢板沿 y 方向的截面应力为线性分布,受压边缘最大压应力为 σ_1 ,受拉边缘的应力为 σ_2 ,计算时以压应力为正值,拉应力为负值。引入应力梯度系数 $\alpha = (\sigma_1 - \sigma_2) / \sigma_1$,则距受压边缘 y 处的应力 σ 可表示为 $\sigma = \sigma_1(1 - \alpha y / b)$ 。钢管混凝土管壁受临界屈曲应力 σ_{cr} 作用下的屈曲模型如图 1(b)所示。

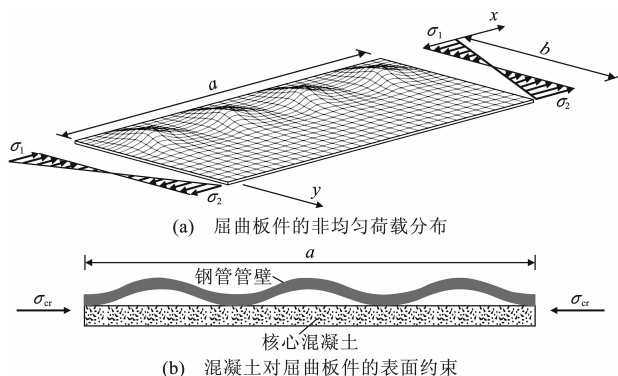


图 1 矩形钢管混凝土管壁受非均匀荷载的屈曲模型

Fig. 1 Buckling Models of Rectangular Concrete-filled Steel Tube Wall Under Non-uniform Load

可以发现, $\alpha = 0$ 表示均匀受压的板,而 $\alpha = 2$ 为纯弯作用的板。由弹性板的小挠度理论可得受面内荷载作用的平板稳定方程为^[17]

$$D \left(\frac{\partial^4 \omega}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \omega}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \omega}{\partial y^4} \right) = N_x \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + 2 N_{xy} \frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial y} + N_y \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \quad (1)$$

式中: ω 为挠曲函数; D 为单位宽度板的抗弯刚度, $D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}$, t 为钢板厚度, E 为钢板弹性模量, ν 为钢板泊松比; N_x, N_y 分别为沿 x, y 方向的中面力; N_{xy} 为面内的剪切荷载。

由于板仅承受单向面内荷载,有 $N_y = 0, N_{xy} = 0, N_x = -N_0(1 - \alpha \frac{y}{b})$,则整理式(1)可得

$$\frac{\partial^4 \omega}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \omega}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \omega}{\partial y^4} + \frac{N_0}{D} (1 - \alpha \frac{y}{b}) \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} = 0 \quad (2)$$

将式(2)坐标系量纲为 1 化,引入 $\xi = \frac{x}{a}, \eta = \frac{y}{b}$,

则有

$$L(\omega) = \frac{\partial^4 \omega}{\partial \xi^4} + 2\beta^2 \frac{\partial^4 \omega}{\partial \xi^2 \partial \eta^2} + \beta^4 \frac{\partial^4 \omega}{\partial \eta^4} + a^2 \frac{N_0}{D} (1 - \alpha \frac{y}{b}) \frac{\partial^2 \omega}{\partial \xi^2} = 0 \quad (3)$$

式中: β 为屈曲板件的长宽比, $\beta = a/b$; $L(\omega)$ 为非均匀荷载作用下板屈曲的平衡偏微分函数。

屈曲变形函数的多项式可表示为

$$\omega = \sum_{i=1}^n A_i \varphi_i(\xi, \eta) \quad (4)$$

式中: A_i 为屈曲变形函数的待定系数; $\varphi_i(\xi, \eta)$ 为相应的基函数; i 为屈曲函数的叠加次数。

结合式(3)和式(4),建立伽辽金方程组,即

$$\left. \begin{aligned} \int_0^1 \int_0^1 L(\omega) \varphi_1(\xi, \eta) d\xi d\eta &= 0 \\ \int_0^1 \int_0^1 L(\omega) \varphi_2(\xi, \eta) d\xi d\eta &= 0 \\ &\vdots \\ \int_0^1 \int_0^1 L(\omega) \varphi_n(\xi, \eta) d\xi d\eta &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

薄壁钢管的挠曲函数 ω 受板边界约束影响,若将内侧混凝土看作刚性基底,钢板向外侧鼓曲,沿 y 方向仅有 1 次鼓曲,而沿 x 方向连续鼓曲(图 1)。受混凝土侧向约束的影响,钢板加载边转角为 0,可视为固支边界。钢板沿 y 方向屈曲时,上、下边缘的非加载边不能自由转动,该位置是介于简支与固支之间的弹性约束,可分别考虑 2 种极限边界条件下的屈曲模式。

1.1 非加载边为固支约束

若非加载边为固支边界,钢板屈曲变形应满足:

$$(1) \text{ 当 } x=0, a \text{ 时, } w=0, \frac{\partial w}{\partial x}=0.$$

$$(2) \text{ 当 } y=0, b \text{ 时, } w=0, \frac{\partial w}{\partial y}=0.$$

假设屈曲函数式(4)中符合该条件的特征形函数满足

$$\varphi_i(\xi, \eta) = X(\xi) Y_i(\eta) \quad (6)$$

式中: $X(\xi)$ 为 x 方向的屈曲位移; $Y_i(\eta)$ 为 y 方向的屈曲位移。

沿 x 方向钢板连续鼓曲,可使用三角函数来描述侧向屈曲位移,即

$$X(\xi) = 1 - \cos(2\pi\xi) \quad (7)$$

沿 y 方向钢板屈曲受非均匀压力作用的影响,鼓曲变形非对称分布,本文使用单跨固支梁的自由振动特征函数来描述该方向的屈曲位移^[18]。

当 $i=1, 3, 5, \dots$ 时

$$Y_i(\eta) = \cos[\lambda_i(\eta - \frac{1}{2})] + \frac{\sin(\lambda_i/2)}{\sinh(\lambda_i/2)} \cosh[\lambda_i(\eta - \frac{1}{2})]$$

$$\tan(\lambda_i/2) + \tanh(\lambda_i/2) = 0$$

当 $i=2, 4, 6, \dots$ 时

$$Y_i(\eta) = \sin[\lambda_i(\eta - \frac{1}{2})] - \frac{\sin(\lambda_i/2)}{\sinh(\lambda_i/2)} \sinh[\lambda_i(\eta - \frac{1}{2})]$$

$$\tan(\lambda_i/2) - \tanh(\lambda_i/2) = 0$$

式中:当 $i \geq 3$ 时, ω 接近真实的屈曲位移,本文中取 $i=4$ 。

将特征函数代入方程组式(5),积分后得线性方程组,令方程组的系数行列式为 0,可得板件的屈曲荷载特征值 $N_{cr} = k \frac{\pi^2 D}{b^2}$, k 为屈曲系数,在不均匀荷载梯度 α 一定时, k 值取决于矩形钢板的长宽比 β 。对于 $\alpha=2$ 的纯弯板,沿 x 方向鼓曲 1 个半波(波数 $m=1$)时,屈曲系数 k 可近似表示为

$$k = 25.5\beta^2 + 7/\beta^2 + 32.8 \quad (8)$$

此时板件长宽比范围为 $0 < \beta < 1.1$,且在 $\beta = 0.72$ 附近取得屈曲系数最小值 $k_{\min} = 59.2$ 。当 β 超过 1.1 时,板件沿 x 方向屈曲 2 个半波($m=2$),并且随着长宽比的增大, m 值不断增加,而屈曲系数 k 的变化幅度逐渐缩小,并且最终趋近于 k_{\min} ,如图 2 所示。非加载边固支钢板分别在荷载梯度 $\alpha=0, 1, 2$ 时,屈曲系数 k 与长宽比 β 的对应关系见表 1。Leissa 等^[19] 计算了相同荷载作用下无表面侧向约束矩形板的屈曲系数 k 随 β 的变化情况。由表 1 可见,混凝土侧向约束能够有效提高受压钢板的屈曲荷载,与侧向可自由屈曲的板件相比,其临界屈曲系数 k_{\min} 可提高 50% 左右。此外,由于混凝土侧向约束的存在,板件沿 x 方向屈曲变形的波长有增大的趋势,如板件受纯弯作用($\alpha=2$)时,其临界半波长由 0.5 增加到 0.7。因此,对于同样长度的矩形板件,单侧表面约束板沿纵向局部屈曲波的数量要少于无侧向约束板。

1.2 非加载边为简支约束

若将钢板视为加载边固支、非加载边简支约束,则有边界条件:

$$(1) \text{ 当 } x=0, a \text{ 时, } w=0, \frac{\partial w}{\partial x}=0.$$

$$(2) \text{ 当 } y=0, b \text{ 时, } w=0, \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}=0.$$

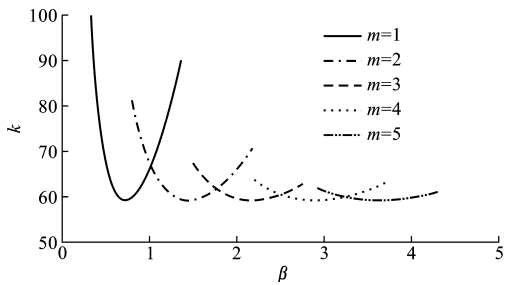


图 2 非加载边固支约束板受纯弯作用的屈曲系数
Fig. 2 Buckling Coefficients of Fixed Constraint Plate with Unloaded Edges Subjected to Pure Bending

表 1 非加载边固支约束板的屈曲系数

β		0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.2	1.4
$\alpha=0$	无侧向约束 ^[13]	9.4($m=1$)	7.7	7.1	7.0	7.3	7.8	7.7($m=2$)		
	有侧向约束	28.0($m=1$)	19.4	14.9	12.5	11.2	10.5	10.3	10.8	12.1
$\alpha=1$	无侧向约束 ^[13]	17.7($m=1$)	14.7	13.7	13.6	14.3	15.4	14.7($m=2$)	13.7	13.7
	有侧向约束	47.5($m=1$)	34.7	27.7	23.7	21.4	20.3	20.1	21.1	23.6($m=2$)
$\alpha=2$	无侧向约束 ^[13]	40.7($m=1$)	39.7	41.8	43.0($m=2$)	40.7	40.0	39.7	40.7($m=3$)	39.7
	有侧向约束	81.2($m=1$)	67.4	61.3	59.3	59.8	62.2	66.1	61.3($m=2$)	59.3

表 2 非加载边简支约束板的屈曲系数

β		0.40	0.50	0.60	0.67	0.75	0.80	0.90	1.00	1.50
$\alpha=2/3$	无侧向约束 ^[14]	12.24($m=1$)	9.19	7.60	6.96	6.45	6.25	6.02	5.96	6.45($m=2$)
	有侧向约束	37.38($m=1$)	25.77	19.30	16.47	13.96	12.83	11.14	10.00	8.15
$\alpha=1$	无侧向约束 ^[14]	15.15($m=1$)	11.62	9.74	8.98	8.37	8.13	7.87	7.81	8.37($m=2$)
	有侧向约束	43.16($m=1$)	30.62	23.53	20.36	17.52	16.21	14.24	12.88	10.69
$\alpha=2$	无侧向约束 ^[14]	29.10($m=1$)	25.53	24.12	23.88	24.11	24.47	25.57	25.53($m=2$)	24.11
	有侧向约束	64.97($m=1$)	50.45	42.60	39.33	36.63	35.54	34.20	33.72	38.56

非加载边固支的板件,如板件受纯弯作用($\alpha=2$)时,其临界半波长由无侧向约束的 1.0 增加到有侧向约束的 1.5。

对于 $\alpha=2$ 的纯弯板,屈曲系数 k 随钢板长宽比 β 的变化趋势见图 3。由图 3 可见,非加载边简支板的屈曲荷载特征值明显小于固支约束情况,其最小临界值 $k_{\min}=33.7$,为固支条件的 57%。同时,沿 x 方向发生单波鼓曲的长度范围相对较大, $0<\beta<1.5$ 且在 $\beta=1.02$ 时具有最小屈曲系数。当 $\beta>1.5$ 时,屈曲板件沿 x 方向发生 2 次鼓曲,并且随着长宽比的增大,鼓曲数量不断增加, $m>5$ 后的屈曲系数 k 趋近于最小临界值 k_{\min} 。因此,长宽比对屈曲荷载的影响仅在 β 较小时有效,特别是板件沿 x 方向只发生 1 次屈曲的情况,此时屈曲系数 k 随长宽比 β 的变化曲线可用如下函数形式表示

$$k=A\beta^2+B/\beta^2+C \tag{10}$$

式中: A,B,C 均为系数。

式(4)符合该边界条件的特征形函数可设为

$$\varphi_i(\xi,\eta)=X(\xi)Y_i(\eta)= [1-\cos(2\pi\xi)]\sin(i\pi\eta) \tag{9}$$

同样将该特征函数代入方程组式(5),积分后得线性方程组,解得屈曲系数 k 随非均匀荷载梯度 α 和板件长宽比 β 的变化情况,如表 2 所示。表 2 中给出了无表面侧向约束板在非加载边简支下的屈曲系数 k 值^[20],与有单侧约束的板件相比,其临界屈曲系数 k_{\min} 提高 40% 左右。同样由于侧向约束的存在,板件沿 x 方向屈曲波间距相对增加,并且大于

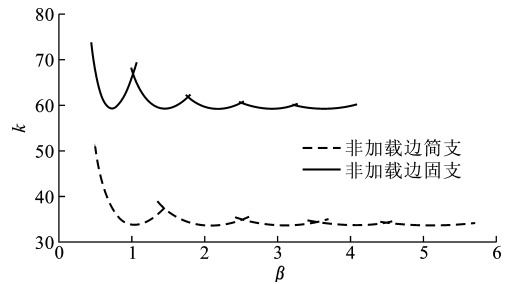


图 3 纯弯作用下单侧表面约束板的屈曲系数分布
Fig. 3 Buckling Coefficient Distributions of Unilateral Constraint Plate Subjected to Pure Bending

函数各项系数 A,B,C 受板件非加载边约束和不均匀荷载梯度的影响,不同条件下的系数取值如表 3 所示。

2 局部屈曲模式

图 4,5 分别为非加载边固支和简支下的屈曲系数 k 随不均匀荷载梯度 α 的分布曲线。由图 4,5 可

表 3 单侧表面约束板纵向单波屈曲的计算系数

Tab. 3 Calculation Coefficients of Longitudinal Single-wave Buckling for Unilateral Constraint Plate

约束条件	α	A	B	C	k_{\min}	β 取值范围
非加载边 固支	0.0	3.9	4.0	2.4	10.3	$0<\beta<1.5$
	0.5	4.4	4.9	4.7	13.7	$0<\beta<1.5$
	1.0	4.5	5.5	10.8	20.1	$0<\beta<1.5$
	1.5	7.8	6.2	20.8	33.8	$0<\beta<1.4$
	2.0	25.5	7.0	32.8	59.2	$0<\beta<1.1$
非加载边 简支	0.0	0.8	4.0	2.0	5.5	$0<\beta<2.3$
	0.5	0.9	5.1	2.9	7.3	$0<\beta<2.3$
	1.0	1.1	6.1	5.7	10.7	$0<\beta<2.2$
	1.5	1.1	5.9	14.2	18.5	$0<\beta<2.0$
	2.0	5.4	6.5	22.4	33.7	$0<\beta<1.5$

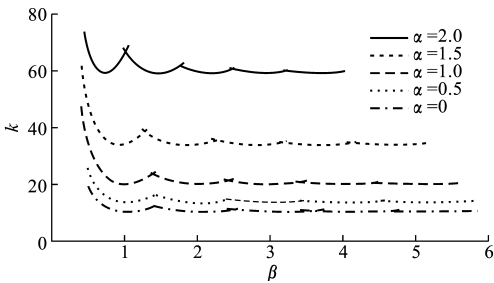


图 4 非加载边固支约束板的屈曲系数分布

Fig. 4 Buckling Coefficient Distributions of Fixed Constraint Plate with Unloaded Edges

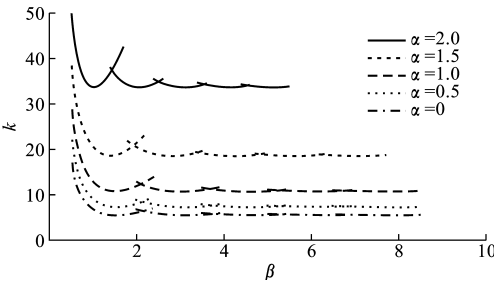


图 5 非加载边简支约束板的屈曲系数分布

Fig. 5 Buckling Coefficient Distributions of Simply Supported Plate with Unloaded Edges

见,随着 α 增加,板件屈曲系数 k 不断增大。在 $\alpha>1$ 后,板件屈曲系数的提高幅度较为明显,此时加载底部荷载由压力变为拉力,受拉应力的作用,板件的局部稳定性迅速提升。另一方面,非加载边的约束支撑条件对板件的屈曲系数影响较大。通过比较可知,固支约束的板件在不同外荷载梯度下的屈曲系数 k 均大于简支约束的板件。固支约束边界的屈曲系数在 $10.32<k<59.19$ 范围内变化,而简支约束板的变化范围为 $5.46<k<33.70$ 。

弹性屈曲后,板件侧向鼓曲模式同样受不均匀荷载梯度和非加载边约束的影响。如前所述,钢板

沿 y 方向仅发生 1 次鼓曲,而沿 x 方向连续鼓曲。随不均匀荷载梯度 α 的增加,纵向鼓曲波间距逐渐减小,并且单波波峰沿横向逐渐向压力大的一侧偏移。图 6 为 $\beta=3$ 时非加载边固支约束板在不同荷载梯度下的弹性屈曲模态。一般而言,当 $\alpha<1$ 时,其屈曲变形与板件受轴压作用的鼓曲模式接近,屈曲钢板基本在横向中心线上发生最大侧向鼓曲,而相邻屈曲波的纵向间距近似等于板件宽度 b 。当 $\alpha>1$ 时,非均匀荷载开始出现一部分拉力,致使屈曲荷载系数 k 不断增加,屈曲波的波峰明显向板件受压侧偏移,受纯弯作用($\alpha=2$)的波峰最大偏移量约为 $0.19b$,此时屈曲波的横向断面为非对称形式。此外,沿相邻屈曲波的纵向间距有缩短趋势,其间距从受轴压作用的 $1.0b$ 减小到受纯弯作用的 $0.7b$,因此在板件长度一定时,受弯板件沿纵向的屈曲波数量将相对增加。由图 6 可以看出,当 $\alpha=2$ 时,板件沿纵向的屈曲波数量从 3 个增加到 4 个,此时单波间距为 $0.75b$ 。值得注意的是,在 β 较小时,沿 x 方向的纵波数量同样受 β 影响。如当 $\alpha=1.5$ 时,图 6 中的纵波数量 $m=3$ 与板件长宽比 $\beta=3$ 相等,即纵波间距等于 $1.0b$;当 $\beta=5$ 时,纵波数量 m 将增加到 6 个,此时的纵波间距约为 $0.83b$ 。随着长宽比增大, β 对屈曲板件纵波数量的影响逐渐减小,纵波间距趋于固定值,对于非均匀荷载梯度 $\alpha=1.5$ 的无限长板件,该间距值约为 $0.92b$ 。

同样,非加载边简支板件在不同荷载梯度下的弹性屈曲模态变化规律与固支板件较为接近,如图 7 所示。当 $\alpha<1$ 时,其屈曲变形可近似用板件受轴压作用的鼓曲模式表示,鼓曲波形沿横向断面基本呈对称分布;当 $\alpha>1$ 时,屈曲波峰逐渐向板件受压侧偏移,在纯弯作用下($\alpha=2$)产生最大偏移,偏移量约为 $0.2b$,该值略大于非加载边固支约束的板件。此外,随着 α 的增加,鼓曲波的纵向间距从 $1.5b$ 逐渐减小到 $1.0b$,该间距大于非加载边固支约束的板件,因此对于相同长度的板件,简支板的鼓曲次数应小于固支约束的板件。如当 $\alpha=2$ 时,鼓曲波数量 $m=3$ (图 7),而相同荷载作用下固支约束板 $m=4$ (图 6)。

3 临界宽厚比

当板件长宽比 β 较大时,屈曲系数 k 不再随之发生变化,并且趋近于最小临界值 k_{\min} ,因此可用 k_{\min} 近似计算细长板件的屈曲荷载特征值。临界屈曲系数 k_{\min} 受不均匀荷载梯度 α 和非加载边约束条

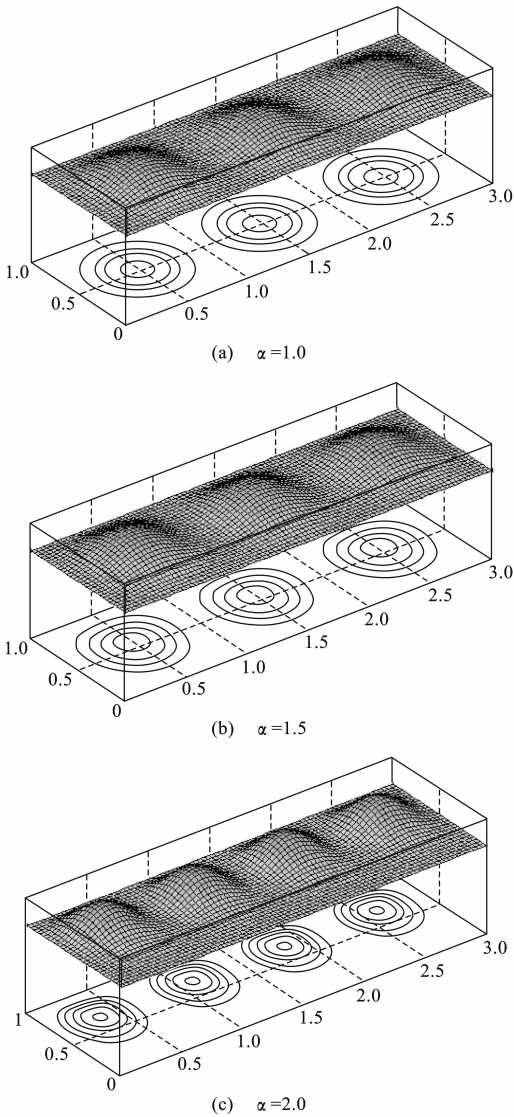


图 6 非加载边固定约束板的典型屈曲模态

Fig. 6 Typical Buckling Modes of Fixed Constraint Plate with Unloaded Edges

件的影响,其变化分布曲线见图 8。由图 8 可以看出,临界屈曲系数 k_{\min} 随不均匀荷载梯度 α 呈非线性增加,在 $0 < \alpha < 1$ 范围内,临界屈曲系数的增速相对较慢,与轴心受压板件的屈曲系数相比,约提高了 1 倍;在 $1 < \alpha < 2$ 范围内, k_{\min} 迅速提高,其极值比轴心受压情况提高了 5 倍左右。

由矩形板的屈曲荷载计算一般式可得到临界屈曲应力 $\sigma_{cr}^{[17]}$,即

$$\sigma_{cr} = \frac{k}{12(1-\mu^2)} \frac{\pi^2 E}{(b/t)^2} \quad (11)$$

为使板件承载力得到充分利用,板件不应先于钢管混凝土构件整体屈曲,即满足等稳原则。矩形钢管混凝土构件的等稳条件较为复杂,为简单起见,可要求板件的弹性屈曲应力不小于其屈服强度 f_y ,即 $f_y \leq \sigma_{cr}$ 。将临界屈曲应力公式(11)代入关系式,

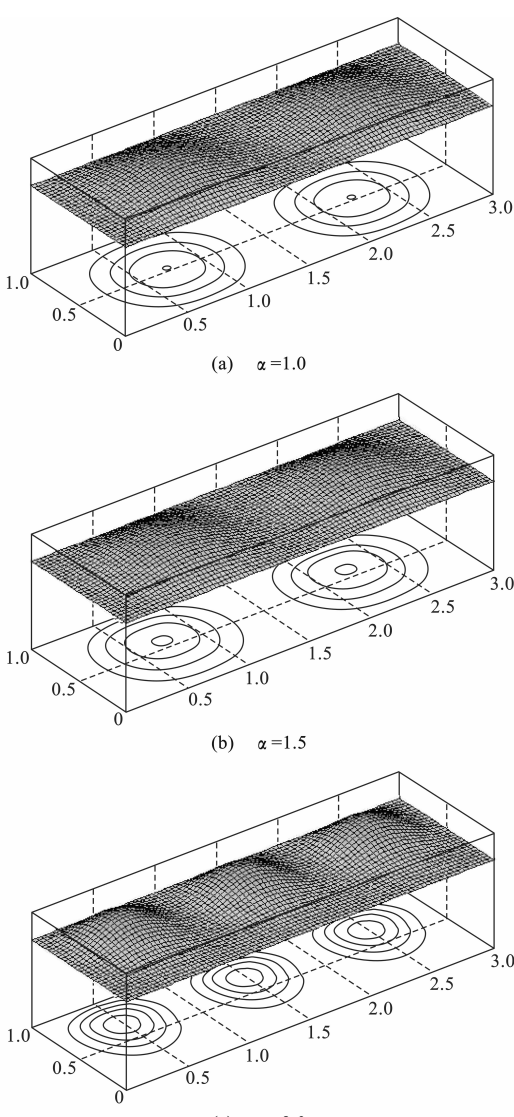


图 7 非加载边简支约束板的典型屈曲模态

Fig. 7 Typical Buckling Modes of Simply Supported Plate with Unloaded Edges

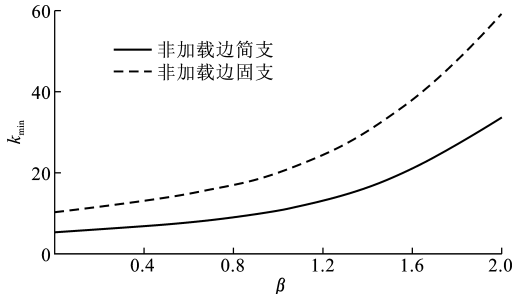


图 8 板件长宽比与最小临界屈曲系数的对应关系

Fig. 8 Corresponding Relations of Length-width Ratio of Plate and Minimum Critical Buckling Coefficient

并引入板件的相对宽厚比参数,整理可得

$$\frac{b}{t} \sqrt{\frac{f_y}{235}} \leq \sqrt{\frac{k \pi^2 E}{12(1-\mu^2)} \frac{1}{235}} \quad (12)$$

式中: $\frac{b}{t} \sqrt{\frac{f_y}{235}}$ 为板件的相对宽厚比; 对于钢板, $E = 2.06 \times 10^5 \text{ MPa}$, $\mu = 0.3$ 。

对于长宽比 β 较大的细长板件, 可用其最小临界屈曲系数 k_{\min} 代表 k 值, 并根据上述 k_{\min} 与 α 的对应关系, 可得钢管相对宽厚比限值随不均匀荷载梯度 α 的变化曲线, 如图 9 所示。钢板的宽厚比限值随 α 的增大而增加, 若非加载边看作固支约束, 受纯弯作用板件的宽厚比限值约为 216, 是轴压作用下宽厚比限值的 2.4 倍。在非加载边简支约束下, 钢板的宽厚比限值能达到 163, 仍然远大于各种约束条件下钢板受轴压作用的临界宽厚比。因此, 对于偏心受压或纯弯作用的矩形钢管混凝土构件, 可根据不均匀荷载梯度 α 的大小, 适当放宽截面尺寸从而提高结构的承载力。

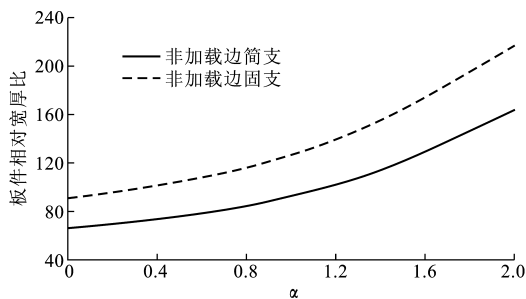


图9 不均匀荷载梯度 α 与板件相对宽厚比的关系

Fig. 9 Relations of Non-uniform Loading Gradient α and Relative Width-thickness Ratio of Plate

4 结 语

(1) 偏心受压或纯弯作用下的矩形钢管混凝土钢管局部稳定可看作单侧表面约束矩形板的非均匀受压屈曲问题。钢管屈曲系数 k 随着不均匀荷载梯度 α 增加而逐渐增大, 纯弯作用下 ($\alpha = 2.0$) 的板件弹性屈曲荷载特征值约为轴压作用下的 6 倍。

(2) 非加载边固支约束板件在非均匀荷载作用下的屈曲系数明显大于简支约束的板件。在外荷载从轴压向纯弯作用过渡时, 固支约束边界的屈曲系数变化范围为 $10.32 < k < 59.19$, 而简支约束板的范围为 $5.46 < k < 33.70$ 。

(3) 随着不均匀荷载梯度 α 增加, 板件屈曲后的鼓曲波沿横向逐渐向压力荷载大的一侧偏移, 而沿纵向各鼓曲波的间距有逐渐减小的趋势, 该变化趋势在 $\alpha > 1$ 时较为明显, 此时板内部分屈曲出现拉应力, 加速了鼓曲模式的变化。

(4) 非加载边约束条件对鼓曲波的横向偏移量

影响较小, 在纯弯作用下二者的最大偏移量均为 $0.2b$ 左右, 而对鼓曲波的纵向间距影响较大, 简支板的通常鼓曲波间距要大于固支板。因此, 在相同荷载作用下, 非加载边固支板的屈曲次数要多于简支板件。

(5) 钢板的宽厚比限值随不均匀加载梯度 α 的增大而增加, 对于偏心受压或纯弯作用的矩形钢管混凝土构件, 可根据不均匀荷载梯度 α 的大小, 适当放宽构件截面尺寸。

参考文献:

References:

- [1] 黄 宏, 张安哥, 李 毅, 等. 带肋方钢管混凝土轴压短柱试验研究及有限元分析[J]. 建筑结构学报, 2011, 32(2): 75-82.
HUANG Hong, ZHANG An-ge, LI Yi, et al. Experimental Research and Finite Element Analysis on Mechanical Performance of Concrete-filled Stiffened Square Steel Tubular Stub Columns Subjected to Axial Compression[J]. Journal of Building Structures, 2011, 32(2): 75-82.
- [2] 郭兰慧, 戎 芹, 张素梅. 方钢管混凝土中钢管屈曲承载力研究[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2011, 43(10): 6-11.
GUO Lan-hui, RONG Qin, ZHANG Su-mei. Buckling Strength of Square Hollow Section Steel Filled with Concrete[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2011, 43(10): 6-11.
- [3] 许成祥, 朱长安, 许淑珍. 设置钢筋加劲肋薄壁方钢管混凝土短柱试验研究[J]. 建筑结构学报, 2009, 30(增2): 231-236.
XU Cheng-xiang, ZHU Chang-an, XU Shu-zhen. Experimental Research on Concrete-filled Square Thin-walled Steel Tubular Stub Columns with Steel Bar Stiffeners[J]. Journal of Building Structures, 2009, 30(S2): 231-236.
- [4] 尧国皇, 黄用军, 谭 伟. 矩形钢管混凝土的局部屈曲性能研究[J]. 建筑钢结构进展, 2007, 9(5): 47-51.
YAO Guo-huang, HUANG Yong-jun, TAN Wei. Research on the Buckling Behaviour of Concrete Filled Steel Tubes with Rectangular Sections[J]. Progress in Steel Building Structures, 2007, 9(5): 47-51.
- [5] 郭兰慧, 张素梅, WHA-JUNG K M. 钢管填充混凝土后弹性与弹塑性屈曲分析[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2006, 38(8): 1350-1354.
GUO Lan-hui, ZHANG Su-mei, WHA-JUNG K M. Elastic and Elastic-plastic Buckling Behavior of SHS

- Steel Tube Filled with Concrete[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2006, 38(8): 1350-1354.
- [6] 蔡健, 孙刚. 方形钢管约束下核心混凝土的本构关系[J]. 华南理工大学学报: 自然科学版, 2008, 36(1): 105-109.
- CAI Jian, SUN Gang. Constitutive Relationship of Concrete Core Confined by Square Steel Tube[J]. Journal of South China University of Technology: Natural Science Edition, 2008, 36(1): 105-109.
- [7] 莫时旭, 钟新谷, 赵人达. 刚性基底上弹性约束矩形板的屈曲行为分析[J]. 工程力学, 2005, 22(2): 174-178.
- MO Shi-xu, ZHONG Xin-gu, ZHAO Ren-da. Buckling Behavior of Elastically Constrained Rectangular Plate on Rigid Base[J]. Engineering Mechanics, 2005, 22(2): 174-178.
- [8] 莫时旭, 赵人达, 钟新谷. 方形钢管混凝土构件局部屈曲理论分析与试验研究[J]. 湖南科技大学学报: 自然科学版, 2004, 19(3): 43-47.
- MO Shi-xu, ZHAO Ren-da, ZHONG Xin-gu. Local Buckling Research on Concrete Filled Square Steel Box Member[J]. Journal of Hunan University of Science & Technology: Natural Science Edition, 2004, 19(3): 43-47.
- [9] MA X, BUTTERWORTH J W, CLIFTON G C. Unilateral Contact Buckling of Lightly Profiled Skin Sheets Under Compressive or Shearing Loads[J]. International Journal of Solids and Structures, 2008, 45(3/4): 840-849.
- [10] WRIGHT H D. Buckling of Plates in Contact with a Rigid Medium[J]. Structural Engineer, 1993, 71(12): 209-215.
- [11] WRIGHT H D. Local Stability of Filled and Encased Steel Sections[J]. Journal of Structural Engineering, 1995, 121(10): 1382-1388.
- [12] 何保康, 杨晓冰, 周天华. 矩形钢管混凝土轴压柱局部屈曲性能的解析分析[J]. 西安建筑科技大学学报: 自然科学版, 2002, 34(3): 210-213.
- HE Bao-kang, YANG Xiao-bing, ZHOU Tian-hua. Theoretical Analysis on Local Buckling Behavior of Concrete Filled Rectangular Steel Tube Column Subjected to Axis Force[J]. Journal of Xi'an University of Architecture & Technology: Natural Science Edition, 2002, 34(3): 210-213.
- [13] UY B, BRADFORD M A. Elastic Local Buckling of Steel Plates in Composite Steel-concrete Members[J]. Engineering Structures, 1996, 18(3): 193-200.
- [14] SHAHWAN K W, WAAS A M. A Mechanical Model for the Buckling of Unilaterally Constrained Rectangular Plates[J]. International Journal of Solids and Structures, 1994, 31(1): 75-87.
- [15] MA X, BUTTERWORTH J W, CLIFTON G C. Compressive Buckling Analysis of Plates in Unilateral Contact[J]. International Journal of Solids and Structures, 2007, 44(9): 2852-2862.
- [16] SMITH S T, BRADFORD M A, OEHLERS D J. Local Buckling of Side-plated Reinforced-concrete Beams. II: Experimental Study[J]. Journal of Structural Engineering, 1999, 125(6): 635-643.
- [17] 陈骥. 钢结构稳定: 理论与设计[M]. 6 版. 北京: 科学出版社, 2014.
- CHEN Ji. Stability of Steel Structures: Theory and Design[M]. 6th ed. Beijing: Science Press, 2014.
- [18] PANDA S K, RAMACHANDRA L S. Buckling of Rectangular Plates with Various Boundary Conditions Loaded by Non-uniform Inplane Loads[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2010, 52(6): 819-828.
- [19] LEISSA A W, KANG J H. Exact Solutions for Vibration and Buckling of an SS-C-SS-C Rectangular Plate Loaded by Linearly Varying In-plane Stresses[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2002, 44(9): 1925-1945.
- [20] LEISSA A W, KANG J H. Exact Solutions for the Buckling of Rectangular Plates Having Linearly Varying In-plane Loading on Two Opposite Simply Supported Edges[J]. International Journal of Solids and Structures, 2005, 42(14): 4220-4238.