

引用本文:闫新凯,刘永健,邢子寒,等.曲线双工字钢组合梁桥横梁受力分析研究[J].建筑科学与工程学报,2022,39(5):63-73.  
YAN Xin-kai, LIU Yong-jian, XING Zi-han, et al. Research on Internal Force of Crossbeam in Curved Steel-concrete Composite Twin I-girder Bridge[J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2022, 39(5): 63-73.

DOI:10.19815/j.jace.2022.02067

# 曲线双工字钢组合梁桥横梁受力分析研究

闫新凯<sup>1</sup>, 刘永健<sup>1,2</sup>, 邢子寒<sup>1</sup>, 封博文<sup>1</sup>, 陈霄<sup>1</sup>

(1. 长安大学 公路学院, 陕西 西安 710064;

2. 长安大学 公路大型结构安全教育部工程研究中心, 陕西 西安 710064)

**摘要:**为了研究主梁腹板纵桥向翘曲变形对横梁内力的影响,在现有横梁框架模型基础上,根据符拉索夫薄壁结构理论得到集中荷载作用下简支曲线双工字钢组合梁桥翘曲变形、结构扭转角等物理参数沿跨径的分布规律。利用主梁腹板与横梁的变形协调关系分析横梁的纵桥向变形,得到横梁内力组成以及截面正应力分布规律并进行有限元分析验证。结果表明:基于符拉索夫薄壁结构理论分析得到的横梁截面正应力分布规律与有限元计算得到的规律基本一致;靠近加载点的横梁正应力以“竖向弯曲效应”为主导,靠近支座截面的横梁“腹板变形不一致效应”大于加载点截面附近横梁;加载点截面两侧腹板翘曲变形方向相反,导致横梁的截面正应力分布规律相反;横梁竖向弯曲变形产生的应力与主梁弯矩分布规律类似,纵桥向弯曲变形产生的应力与扭率分布规律类似。

**关键词:**曲线双工字钢组合梁桥;横梁;符拉索夫薄壁结构理论;数值模拟

中图分类号:TU311

文献标志码:A

文章编号:1673-2049(2022)05-0063-11

## Research on Internal Force of Crossbeam in Curved Steel-concrete Composite Twin I-girder Bridge

YAN Xin-kai<sup>1</sup>, LIU Yong-jian<sup>1,2</sup>, XING Zi-han<sup>1</sup>, FENG Bo-wen<sup>1</sup>, CHEN Xiao<sup>1</sup>

(1. School of Highway, Chang'an University, Xi'an 710064, Shaanxi, China; 2. Research Center of Highway Large Structure Engineering on Safety of Ministry of Education, Chang'an University, Xi'an 710064, Shaanxi, China)

**Abstract:** In order to study the influence of the longitudinal warpage deformation of the main beam web on the internal force of the crossbeam, on the basis of the existing crossbeam frame model, the distribution laws of physical parameters such as warpage deformation and structural torsion angle of a simply supported curved steel-concrete composite twin-I girder bridge under concentrated load were obtained through the Vlasov's thin-wall structure theory. The deformation coordination relationship between the main beam web and the crossbeam was used to analyze the longitudinal deformation of the crossbeam. The internal force composition of the crossbeam and the normal stress distribution law of the section were obtained and verified by the finite element analysis. The results show that the positive stress distribution law of the crossbeam based on Vlasov's thin-wall structure theory is basically consistent with the law

收稿日期:2022-02-12

基金项目:陕西省交通运输厅科研项目(17-14K)

作者简介:闫新凯(1996-),男,陕西洋县人,工学博士研究生,E-mail:313509326@qq.com。

通信作者:刘永健(1966-),男,江西玉山人,教授,博士研究生导师,工学博士,E-mail:lyj.chd@gmail.com。

obtained from finite element calculation. The crossbeam positive stresses near the loading point are dominated by the “vertical bending effect”, and the “web deformation inconsistency effect” of the crossbeam near the bearing section is greater than that of the crossbeam near the loading point section. The warpage deformations of the web on both sides of the loading point section are in opposite directions, which leads to the opposite distribution of the crossbeam positive stress. The distribution law of stress generated by the crossbeam vertical bending deformation is similar to that of the main beam bending moment, and distribution law of the stress generated by the longitudinal bending deformation is similar to that of the torsion rate.

**Key words:** curved steel composite twin I-girder bridge; crossbeam; Vlasov's thin-wall structure theory; numerical simulation

## 0 引言

由于钢混组合梁桥能充分利用各材料的性能,具有较高的承载能力,因此在高速公路桥梁以及市政桥梁中广泛应用。其中双工字钢组合梁桥具有施工简捷高效、工业化程度高、结构构造简单、技术经济性高等诸多优点<sup>[1-2]</sup>,在国内外已经有很多实践。2020年6月19日,中国最长的钢板组合梁桥西镇高速公路西乡泾洋河特大桥完成了合龙,并且在弯道最集中的6.04 km路段创新采用了中国规模最大的双工字钢板组合梁桥结构。曲线双工字钢组合梁桥作为开口截面,其抗扭刚度较小<sup>[3]</sup>,截面可能会发生较大的翘曲变形。为保证截面形状不变,横梁发挥了非常明显的作用。跨中截面上,横梁将侧向荷载传给梁;支座截面处,横梁将扭转荷载转换成支座竖向以及横向的支反力<sup>[4]</sup>。

目前,部分学者对横梁受力做了一系列研究,认为横梁内力可以近似采用简化方法V-load法来确定,V-load法与M/R法<sup>[5]</sup>类似,都是曲线梁桥简化计算方法,区别在于V-load法适用于工字梁而M/R法适用于箱梁。国外学者Jr Peollet<sup>[6]</sup>记载了V-load法的发展;Liu等<sup>[7]</sup>认为在水平弯曲钢梁分析中,若允许忽略曲率作用,横梁力可以根据V-load法进行确定。此外,作者给出了适用于2主梁到8主梁结构的横梁端部弯矩以及剪力的计算表格,并以一个5主梁结构设计实例进行了横梁内力计算。对于如图1所示双工字钢板组合梁,学者们一般将钢主梁、桥面板以及横梁组成的空间结构简化为框架模型来进行分析。Xiang等<sup>[8]</sup>在研究外荷载作用下横梁截面混凝土板的横向弯矩分布时,提出了一种横梁截面框架模型来分析横向弯矩分配系数,但该模型仅适用于竖向荷载作用于桥面板上的情况。拉伯特等<sup>[9]</sup>提出的横梁简化框架模型则考虑了侧向



图1 曲线双工字钢板组合梁桥

**Fig. 1 Curved Steel-concrete Composite Twin I-girder Bridge**  
水平风荷载或曲率效应产生的侧向水平分力作用,但该框架模型仅考虑了框架平面内变形,并未考虑由于主梁腹板纵桥向翘曲使得横梁发生的纵桥向变形。在曲线双工字钢组合梁中,主梁腹板的纵桥向翘曲变形尤其突出。

为此,本文采用符拉索夫薄壁结构理论分析了曲线双工字钢组合梁桥的翘曲变形以及结构扭转角等物理现象,研究了横梁纵桥向变形对现有横梁框架模型应力分布的影响,最终通过有限元分析验证了其截面正应力分布规律,并给出了相应的设计建议。

## 1 横梁受力与变形

图2为横梁内力示意图,将图2(a)所示横梁看成支撑在主梁腹板之间的杆件,其中 $M_x$ 和 $M_z$ 分别为绕工字型横梁截面强轴和弱轴的弯矩, $F$ 为横梁截面轴向受力。规定 $M_x$ 为横梁截面竖向弯矩, $M_z$ 为横梁截面纵桥向弯矩<sup>[10]</sup>。

当横梁框架作用侧向水平荷载时,横梁会受到竖向弯矩 $M_x$ 和轴向力 $F$ 作用,并且 $M_x$ 和 $F$ 可根据现有框架模型<sup>[9]</sup>计算得出。由于横梁与主梁腹板

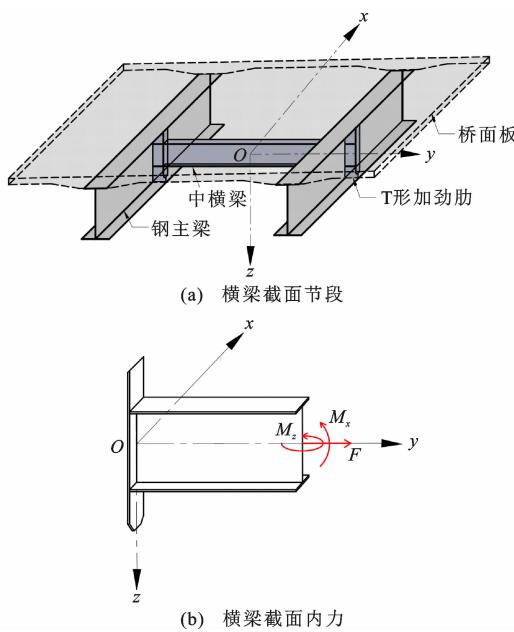


图 2 横梁内力

Fig. 2 Internal Force of Crossbeam

的变形协调作用,当考虑主梁的纵桥向翘曲变形时,框架模型中横梁便会产生纵桥向的变形,横梁截面会受到纵桥向弯矩  $M_z$  作用。

### 1.1 现有框架模型

拉伯特等<sup>[9]</sup>提出不同位置的横梁框架模型,跨内横梁简化为如图 3 所示横梁框架模型进行简化计算。



图 3 横梁框架模型

Fig. 3 Crossbeam Frame Model

传递侧向水平荷载是横梁的基本功能,图 3 所示横梁框架模型可能受到的侧向荷载主要包括:

(1)风荷载。跨内的横梁将风荷载传递给桥面板,支点处横梁则是把从跨内桥面板传来的风荷载全部传递给支座。

(2)曲线桥曲率作用。曲率作用下,主梁截面轴向力会产生径向分力作用,桥面板以及钢梁上翼缘的径向分力直接作用在桥面板,钢主梁下翼缘径向分力则直接作用在横梁框架模型上,最终传递至桥面板。

(3)侧向扭转屈曲的约束力。为保证支点受压

翼缘不会发生侧向扭转屈曲,横梁会产生水平方向力,该作用力也可认为作用在框架模型上的侧向力。

对于曲线双工字钢组合梁,当结构只承受跨中竖向集中荷载且不承受风荷载时,跨内横梁框架模型侧向荷载主要来源于曲率作用下主梁截面正应力的径向分力。对于曲线双工字钢组合梁,截面正应力由弯曲正应力与翘曲正应力组成,为了简要说明问题,将曲线双工字钢梁桥截面应力简化为如图 4(a)所示,并等效为图 4(b)所示的一组“截面假想力” $P$ 。由于曲率作用[图 4(c),其中  $R$  为曲率半径],这组“截面假想力”会产生沿曲线径向分力,在跨内上翼缘的径向分力通过桥面板传递到支点截面,下翼缘径向分力则作用于图 4(d)所示横向框架模型。在曲线中,2 片主梁下翼缘正应力大小不相等,导致等效径向分力  $P_1$  与  $P_2$  不相等,依据结构力学<sup>[11]</sup>框架计算,横梁会产生框架面内竖向弯曲变形和轴向变形,因此横梁内梁侧与外梁侧的应力分布如图 5(a)、(b)所示,将对横梁产生的这种力学效应定义为“竖向弯曲效应”。

### 1.2 横梁纵桥向变形

如前所述,横梁的纵桥向变形是由于主梁腹板的纵桥向翘曲变形不一致导致。主梁翘曲产生的原因是曲线双工字钢组合梁为开口截面,需要依靠主梁的纵桥向变形来平衡扭矩<sup>[12]</sup>,因此需要先进行曲线双工字钢组合梁的约束扭转分析。

双工字钢组合梁桥由于截面厚度相对于其长度或宽度来讲较小,因此双工字钢组合梁桥在一定的尺寸范围内可被视为薄壁杆件<sup>[13]</sup>,其长度、宽度(高度)和厚度应满足

$$\left. \begin{array}{l} d/b \leqslant 0.1 \\ b/l \leqslant 0.1 \sim 0.2 \end{array} \right\} \quad (1)$$

$$d_e = \frac{E_c}{E_s} d_c \quad (2)$$

式中: $d$  为截面轮廓曲线上的壁厚; $E_c$  和  $E_s$  分别为混凝土和钢的弹性模量; $d_c$  和  $d_e$  分别为混凝土桥面板厚度和混凝土桥面板等效为钢板的等效厚度; $b$  为截面的最大高度或宽度,对于双工字钢组合梁而言,最大宽度为支点截面支座间距; $l$  为杆件长度。

对开口截面发生的约束扭转做如下 2 个基本假定:

(1)在小变形情况下,截面轮廓在自身平面内不发生变形。

(2)杆件中面上剪应变为 0。

截面上任一点的翘曲位移  $u(x, s)$  可定义为

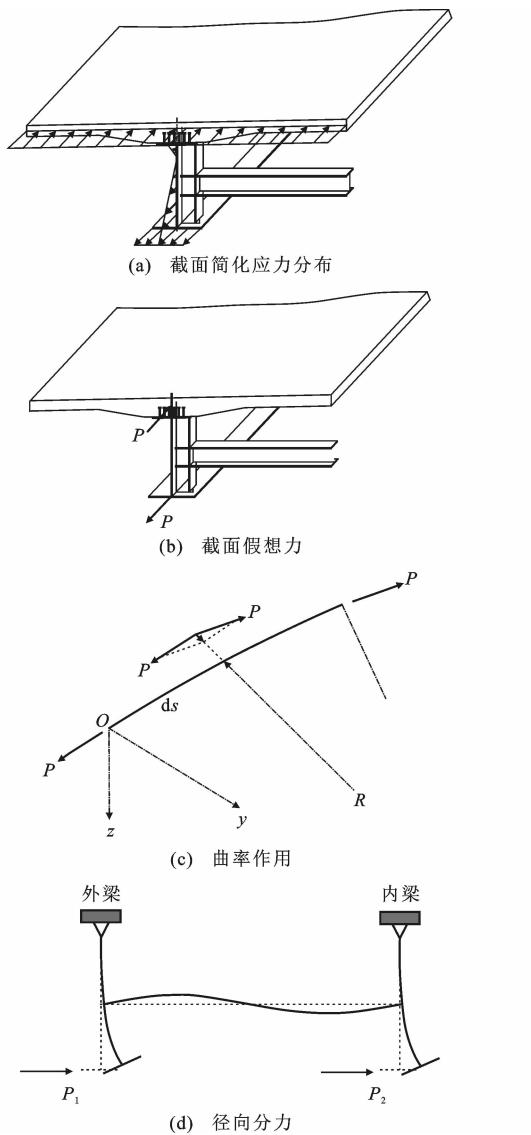


图 4 曲线梁曲率作用

Fig. 4 Curvature Action of Curved Beam

$$u(x, s) = -\varphi'(x)w(s) + u_0(x) \quad (3)$$

式中:  $\varphi'$  为扭率;  $w$  为截面主扇性坐标;  $s$  为截面曲线坐标;  $u_0(x)$  为截面  $x$  轴上  $s=0$  处的纵向翘曲位移。

曲线梁扭转角如图 6 所示, 它主要包括两部分: 一是与直梁相同的绕截面  $x$  轴的扭转角  $\tau$ , 二是弯桥特有的截面挠度  $h$  产生的扭转角  $h/R$ 。由此可得曲线梁总扭转角  $\varphi$  为

$$\varphi = \tau + \frac{h}{R} \quad (4)$$

考虑曲线梁沿梁长方向外荷载轴力为 0, 依据符拉索夫理论<sup>[13-15]</sup>, 曲线开口截面约束扭转微分方程为

$$E_1 I_w \varphi^4(x) - GK \varphi''(x) = m(x) - \frac{M_y}{R} \quad (5)$$

式中:  $E_1$  和  $G$  分别为钢材的折算弹性模量和剪切模

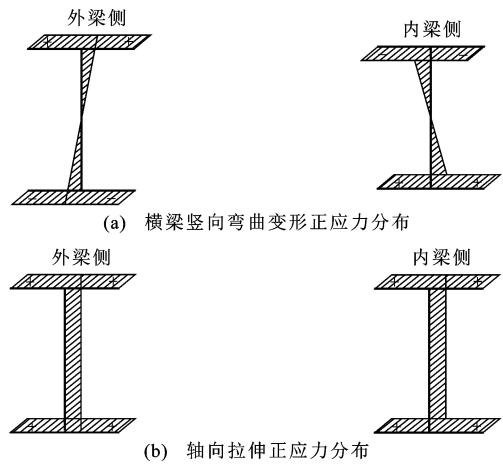


图 5 横梁框架模型正应力分布

Fig. 5 Positive Stress Distribution of Crossbeam Frame Model

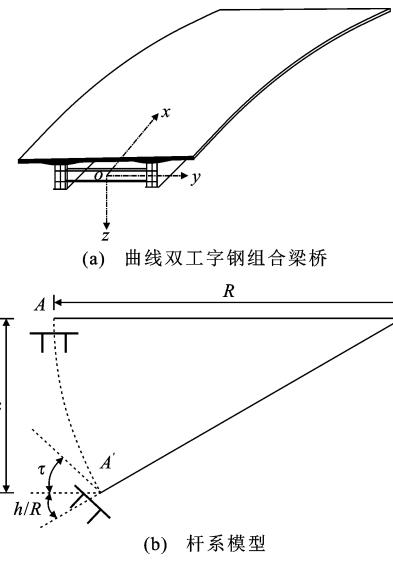


图 6 曲线梁扭转角

Fig. 6 Torsion Angle of Curved Beam

量,  $E_1 = \frac{E}{1-\nu^2}$ ,  $\nu$  为钢材的泊松比,  $E$  为弹性模量;  $I_w$  和  $K$  分别为截面主扇性惯性矩和自由扭转惯性矩;  $m$  和  $M_y$  分别为沿梁长扭矩集度和竖向弯矩。

式(5)中, 竖向弯矩考虑了弯扭耦合作用<sup>[16-17]</sup>, 则  $M_y$  为

$$M_y = Q_y - \frac{T}{R} \quad (6)$$

式中:  $Q_y$  为竖向剪力;  $T$  为梁承受的扭矩。

对于式(5)的微分方程, 需要先求解出沿梁长的竖向弯矩分布。对于式(6)来讲, 现有简支梁两端都约束了梁的扭转, 因此对于扭转而言是一次超静定结构, 需要根据力法求出梁的内力分布。得到内力分布后, 再采用式(7)初参数方程求解式(5)的微分

方程。

$$\mathbf{X}(x) = \mathbf{D}(x)\mathbf{X}_0 \quad (7)$$

$$\mathbf{D}(x) = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\sin(kx)}{k} & \operatorname{ch}(kx)-1 & kx-\operatorname{sh}(kx) \\ 0 & \operatorname{ch}(kx) & k\operatorname{sh}(kx) & 1-\operatorname{ch}(kx) \\ 0 & \frac{\sin(kx)}{k} & \operatorname{ch}(kx) & -\frac{\operatorname{sh}(kx)}{k} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (8)$$

式中:  $\mathbf{X}(x)$  与  $\mathbf{X}_0$  分别为任意截面与初始截面的状态向量;  $\mathbf{D}(x)$  为转换矩阵;  $k$  为自由扭转刚度和约束扭转刚度的比值,  $k = \sqrt{\frac{GK}{EI_w}}$ 。

双工字钢组合梁任意截面的状态向量表示为

$$\mathbf{X}(x) = (\varphi(x), \varphi'(x), -\frac{B(x)}{GK}, \frac{L(x)}{GK})^T \quad (9)$$

式中:  $B$  和  $L$  分别为截面的翘曲双力矩和扭矩。

假设曲线梁截面沿梁长相同, 图 7 所示的曲线简支梁杆系模型承受偏心集中荷载时, 各物理参数计算公式如式(10)、(11)所示。

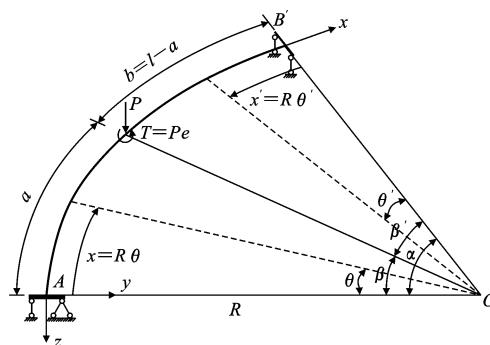


图 7 曲线简支梁杆系模型

Fig. 7 System Model of Simply Supported Curved Beam

当  $0 \leq \theta \leq \beta$  时

$$\left. \begin{aligned} M_y &= (PR - T) \frac{\sin(\beta)}{\sin(\alpha)} \sin(\theta) \\ L &= PR \frac{\beta'}{\alpha} + (T - PR) \frac{\sin(\beta)}{\sin(\alpha)} \cos(\theta) \\ Q_y &= P \frac{\beta'}{\alpha} \\ B &= \frac{T(1 - \bar{\eta}) + \bar{\eta}PR}{k \operatorname{sh}(kl)} \operatorname{sh}(kb) \operatorname{sh}(kx) + \\ &\quad (T - PR)R\bar{\eta} \frac{\sin(\beta)}{\sin(\alpha)} \sin(\theta) \\ \varphi &= \frac{1}{GK} [R(T - PR)(1 - \bar{\eta}) \frac{\sin(\beta)}{\sin(\alpha)} \sin(\theta) + \\ &\quad PR^2 \frac{\beta'}{\alpha} \theta - \frac{T(1 - \bar{\eta}) + \bar{\eta}PR}{k \operatorname{sh}(kl)} \operatorname{sh}(kb) \operatorname{sh}(kx)] \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

当  $\beta < \theta \leq \alpha$  时

$$\left. \begin{aligned} M_y &= (PR - T) \frac{\sin(\beta)}{\sin(\alpha)} \sin(\theta') \\ L &= -PR \frac{\beta}{\alpha} - (T - PR) \frac{\sin(\beta)}{\sin(\alpha)} \cos(\theta') \\ Q_y &= -P \frac{\beta}{\alpha} \\ B &= \frac{T(1 - \bar{\eta}) + \bar{\eta}PR}{k \operatorname{sh}(kl)} \operatorname{sh}(ka) \operatorname{sh}(kx') + \\ &\quad (T - PR)R\bar{\eta} \frac{\sin(\beta)}{\sin(\alpha)} \sin(\theta') \\ \varphi &= \frac{1}{GK} [R(T - PR)(1 - \bar{\eta}) \frac{\sin(\beta)}{\sin(\alpha)} \sin(\theta') + \\ &\quad PR^2 \frac{\beta}{\alpha} \theta' - \frac{T(1 - \bar{\eta}) + \bar{\eta}PR}{k \operatorname{sh}(kl)} \operatorname{sh}(ka) \operatorname{sh}(kx')] \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

式中:  $\bar{\eta} = \frac{1}{1 + (kR)^2}$ 。

选取截面尺寸如图 8 所示的  $\pi$  形钢梁做算例分析, 简支曲线梁梁长 18 m, 曲线半径 20 m, 截面尺寸满足式(1)薄壁杆件尺寸要求, 因此可用公式(10)、(11)进行计算。在跨中  $l_p = 9$  m 处的腹板正上方施加竖向偏心荷载  $P = 400$  kN, 偏心距  $e = 1675$  mm。材料弹性模量为  $2.06 \times 10^5$  MPa, 泊松比为 0.3。

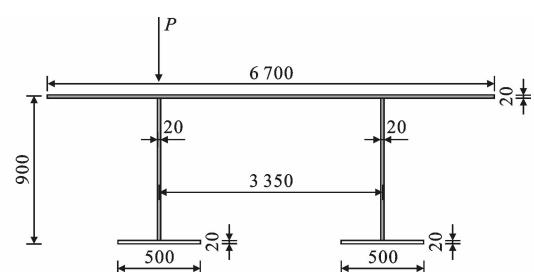


图 8 截面尺寸(单位:mm)

Fig. 8 Section Size (Unit:mm)

根据式(10)、(11)可得偏心集中荷载作用下简支曲线梁各物理参数沿梁长的分布规律, 具体如图 9 所示。由图 9 可知, 翘曲双力矩分布与弯矩分布规律类似, 曲率作用产生的扭矩不可忽略且与外扭矩一起从加载点截面向两端支座传递, 扭转角在加载点截面处最大, 扭率在加载点两侧呈现正负相反的趋势。

$\pi$  形梁截面的主扇性坐标  $w$  如图 10 所示, 点 A 代表主扇性零点。由式(3)可知, 同一截面左右两腹板同一高度处的翘曲位移不一致, 由于腹板与横梁的变形协调作用, 横梁左右两端沿着纵桥向的变形也不一致, 导致横梁发生纵桥向的弯曲。加载点两侧扭率相反, 因此加载点两侧的主梁翘曲变形方向

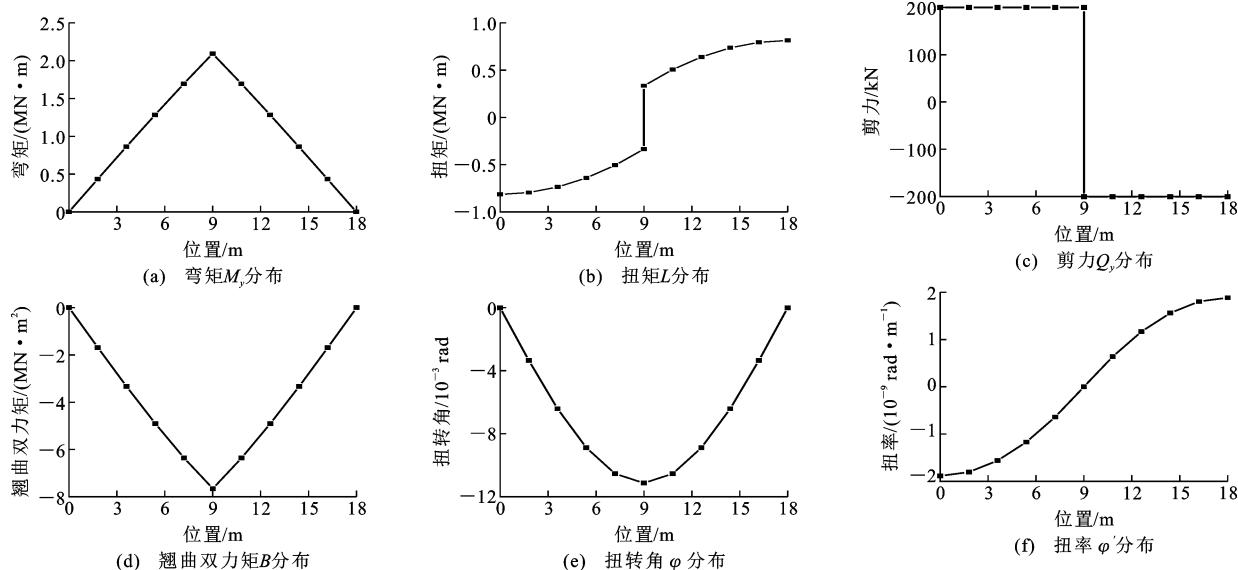


图 9 各物理参数计算结果

Fig. 9 Calculation Results of Each Physical Parameter

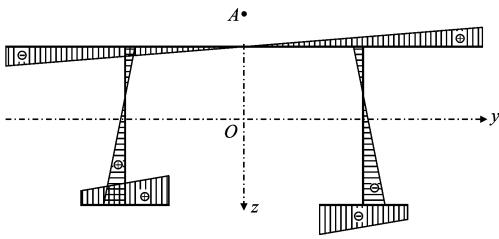


图 10 主扇性坐标

Fig. 10 Principal Sectoral Coordinate

相反,变形协调作用进而导致横梁的纵桥向变形方向相反。此外,当横梁越靠近下翼缘时,两侧主梁腹板翘曲变形差越大,导致横梁纵桥向弯曲变形更明显。

与算例中的  $\pi$  形钢梁不同,实际结构中双工字钢组合梁桥的约束扭转分析需要考虑横梁对结构整体抗扭刚度的影响。Zhang 等<sup>[18]</sup>提出可采用将横梁刚度连续化的方法处理横梁对这种开口截面约束扭转计算的影响,反映在约束扭转微分方程中为

$$E_1 I_w \varphi^4(x) - G(K + K_d) \varphi''(x) = m(x) - \frac{M_y}{R} \quad (12)$$

式中: $K_d$  为横梁刚度连续化处理后的等效刚度。

由式(12)可以看出,考虑了横梁的开口截面约束扭转微分方程的形式与不考虑横梁的完全一样,只是其圣维南扭转刚度增大了,并且由于横梁数量少, $K_d$  相对于  $K$  很小<sup>[19]</sup>,计算得到的规律也基本一致。因此可以采用算例中  $\pi$  形钢梁的约束扭转规律来类比说明带有横梁的组合梁的约束扭转规律。

曲线双工字钢组合梁在偏载作用下截面的效应由竖向弯曲作用和约束扭转作用组成。在竖向弯曲

作用下,内外侧主梁沿着纵桥向产生相同的纵向变形  $L_h$ ;在约束扭转作用下,截面会产生翘曲变形,由图 10 以及式(3)可知,同一截面处,内外侧主梁腹板会产生相反的翘曲变形  $L_w$ 。式(13)即为 2 种效应变形叠加后的结果,总体变形如图 11 所示。腹板的纵桥向变形  $L_1$  与  $L_2$  不一致,会导致横梁发生纵桥向反对称变形。纵桥向的弯曲使得横梁内梁侧与外梁侧的应力分布如图 12 所示,将这种力学效应定义为“腹板变形不一致效应”。

$$\begin{cases} L_1 = L_h + L_w \\ L_2 = L_h - L_w \end{cases} \quad (13)$$

式中: $L_1$  与  $L_2$  分别为内外梁腹板沿纵桥向的总变形。

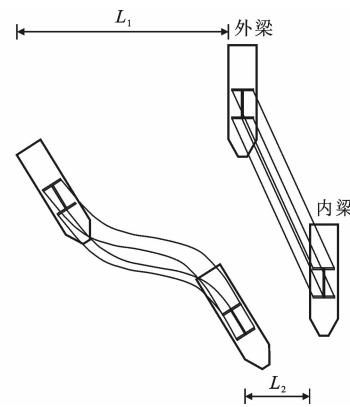


图 11 横梁纵桥向变形分析

Fig. 11 Analysis of Longitudinal Bridge Deformation of Crossbeam

### 1.3 应力叠加

将上述“竖向弯曲效应”与“腹板变形不一致效



图 12 横梁纵桥向弯曲应力

Fig. 12 Longitudinal Bridge Bending Stress of Crossbeam

应”相叠加, 可得横梁的截面总正应力分布, 如图 13 所示。由图 9 计算结果可得: 靠近加载点截面弯矩与翘曲双力矩较大而扭率较小, 因此横梁以“竖向弯曲效应”为主导; 靠近支点截面弯矩与翘曲双力矩较小而扭率较大, 横梁以“腹板变形不一致效应”为主导。

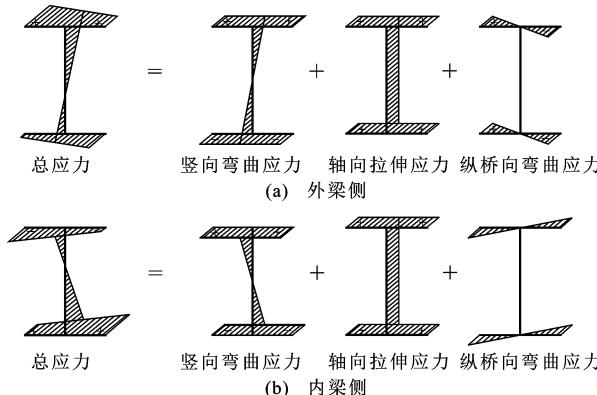


图 13 横梁截面总正应力分布

Fig. 13 Sectional Total Positive Stress Distribution of Crossbeam

## 2 基于有限元分析的横梁截面应力分布规律

### 2.1 有限元模型

为验证上述正应力分布规律, 拟定的简支曲线双工字钢组合梁桥总体布置如图 14 所示, 截面布置如图 15 所示, 计算跨径  $L' = 18 \text{ m}$ , 曲率半径  $R = 100 \text{ m}$ , 各部件尺寸见表 1。为进一步探究横梁在腹板高度位置不同的影响, 拟定 2 种模拟工况: 工况一, 横梁在腹板中心高度, 即横梁中心距离下翼缘 410 mm; 工况二, 横梁中心距离下翼缘 180 mm。钢梁选用 Q345 钢材, 弹性模量为  $2.06 \times 10^5 \text{ MPa}$ , 泊松比为 0.3; 混凝土桥面板采用 C50 混凝土, 弹性模量为  $3.45 \times 10^4 \text{ MPa}$ , 泊松比为 0.2。经计算, 该截面尺寸满足薄壁杆件要求, 可以采用符拉索夫理论对其进行分析。在跨中内梁腹板正上方施加竖向偏心荷载  $P = 1000 \text{ kN}$ , 偏心距  $e = 1675 \text{ mm}$ , 建立如图 16 所示的有限元模型。其中桥面板采用 C3D8R 实体单元模拟, 钢主梁以及横梁采用 S4R 板壳单元模拟<sup>[20]</sup>, 桥面板与钢主梁之间采用绑定 (Tie) 接触, 忽略桥面板与钢主梁之间的滑移。

### 2.2 横梁结果提取点编号规则

横梁编号如图 17(a)所示, 编号顺序从左到右依次为 1#~4# 横梁。在每根横梁上提取 2 个截面正应力, 分别距离内侧钢梁及外侧钢梁 T 形加劲肋 30 cm, 如图 17(b)所示。每个断面提取 4 个节点正应力, 位置及编号如图 17(c)、(d)所示。

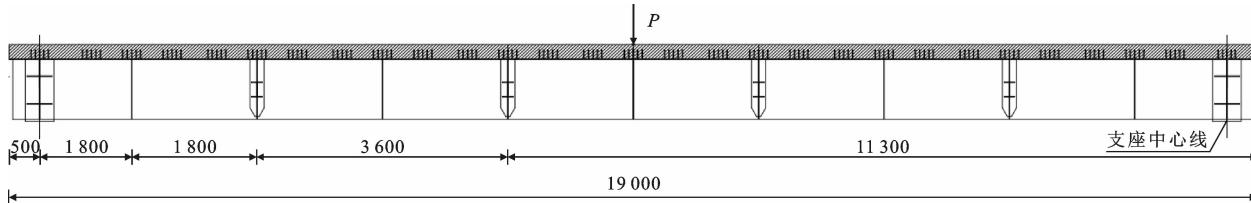


图 14 曲线双工字钢组合梁桥总体布置(单位:mm)

Fig. 14 General Layout of Curved Steel-concrete Composite Twin I-girder Bridge (Unit:mm)

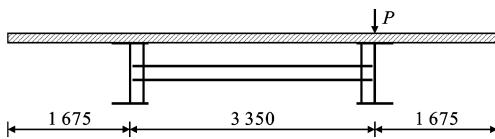


图 15 标准横截面(单位:mm)

Fig. 15 Standard Cross Section (Unit:mm)

### 2.3 工况一横梁截面正应力沿梁长分布规律

1# 横梁内梁侧与外梁侧荷载-应力曲线如图 18 所示。由图 18 可知, NU1、NU2 受压, NB1、NB2 受拉, WU1、WU2 受拉, WB1、WB2 受压, 说明“竖向弯曲效应”使 1# 横梁在竖向发生了反对称的弯曲变形, 内梁侧为正弯矩, 外梁侧为负弯矩。由图 18 亦可知: 同一翼缘处, NU2 应力大于 NU1, NB1 应力大于 NB2; WU2 应力大于 WU1, WB1 应力大于 WB2, 说明横梁翼缘左右两侧应力不一致, 横梁发生纵桥向弯曲变形。U2、B1 对角线应力大于 U1、B2 对角线应力, 说明其为“竖向弯曲效应”与“腹板变形不一致效应”叠加而得。

弯曲效应”使 1# 横梁在竖向发生了反对称的弯曲变形, 内梁侧为正弯矩, 外梁侧为负弯矩。由图 18 亦可知: 同一翼缘处, NU2 应力大于 NU1, NB1 应力大于 NB2; WU2 应力大于 WU1, WB1 应力大于 WB2, 说明横梁翼缘左右两侧应力不一致, 横梁发生纵桥向弯曲变形。U2、B1 对角线应力大于 U1、B2 对角线应力, 说明其为“竖向弯曲效应”与“腹板变形不一致效应”叠加而得。

2#~4# 横梁各自内外梁侧应力变化规律与 1# 横梁类似, 为探究应力分布沿梁长的变化规律, 绘制

表 1 各部件尺寸

Table 1 Dimensions of Each Component

位置	构件	尺寸
	桥面板	6 700 mm×135 mm
钢主梁	上翼缘	500 mm×14 mm
	腹板	820 mm×10 mm
	下翼缘	500 mm×28 mm
中横梁	上翼缘	150 mm×10 mm
	腹板	200 mm×10 mm
	下翼缘	150 mm×10 mm
端横梁	上翼缘	300 mm×10 mm
	腹板	500 mm×10 mm
	下翼缘	300 mm×10 mm
	加劲肋	820 mm×10 mm

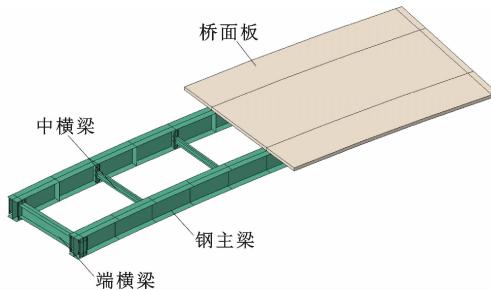


图 16 有限元模型

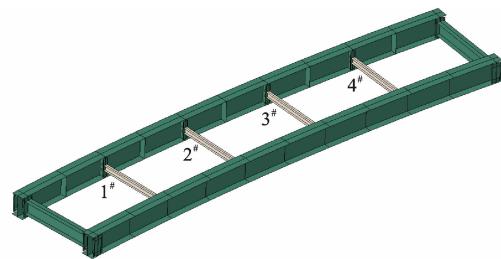
Fig. 16 Finite Element Model

1<sup>#</sup>~4<sup>#</sup> 横梁内梁侧荷载-应力曲线结果,如图 19 所示。相较于 1<sup>#</sup> 横梁,2<sup>#</sup> 横梁 NU2 应力较大,原因为 2<sup>#</sup> 横梁截面靠近加载点,下翼缘拉应力水平大于 1<sup>#</sup> 横梁截面,由于曲率产生的径向分力增加,进而导致横梁框架效应增加。2<sup>#</sup> 横梁 NU1 与 NU2、NB1 与 NB2 应力差值明显小于 1<sup>#</sup> 横梁,其原因是 2<sup>#</sup> 横梁距离加载截面比较近,由图 9(f)可知,2<sup>#</sup> 横梁截面扭率小于 1<sup>#</sup> 横梁截面,进而导致内、外梁腹板变形差减小,使 2<sup>#</sup> 横梁纵桥向弯曲小于 1<sup>#</sup> 横梁。

由图 19(c)、(d)可知,3<sup>#</sup> 与 2<sup>#</sup> 横梁、4<sup>#</sup> 与 1<sup>#</sup> 横梁的应力大小基本一致,不同点在于,1<sup>#</sup> 与 2<sup>#</sup> 横梁 U2、B1 对角线应力大于 U1、B2 对角线应力,3<sup>#</sup> 与 4<sup>#</sup> 横梁 U1、B2 对角线应力大于 U2、B1 对角线应力,原因是 3<sup>#</sup> 与 4<sup>#</sup> 横梁在加载点另一侧,而加载点截面两侧由于扭率正负相反使得翘曲变形方向相反,从而导致 3<sup>#</sup> 与 4<sup>#</sup> 横梁纵桥向弯曲方向与 1<sup>#</sup>、2<sup>#</sup> 横梁相反。

## 2.4 工况一、二横梁正应力沿腹板高度分布规律对比

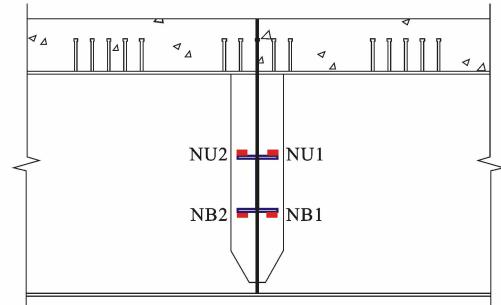
为了进一步探究横梁应力沿腹板高度的分布规律,将 2 种工况 1<sup>#</sup> 横梁内梁侧荷载-应力曲线进行



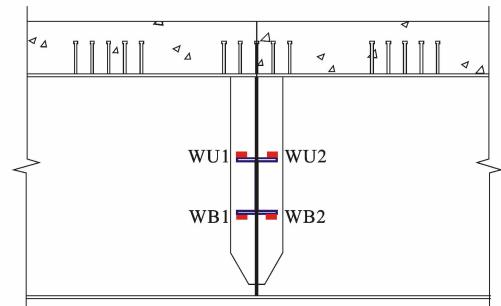
(a) 横梁编号



(b) 跨内横梁结果提取断面(单位:mm)



(c) 内梁侧



(d) 外梁侧

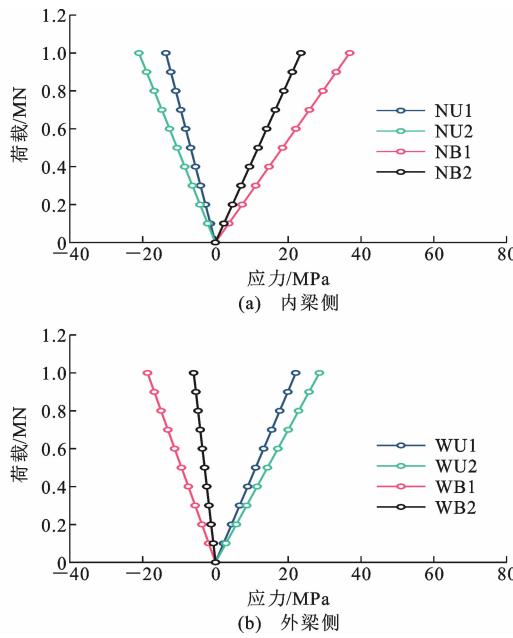
图 17 提取点位置及编号顺序

Fig. 17 Location and Numbering Sequence of Extraction Points

对比,结果如图 20 所示,工况二中 U1 与 U2(B1 与 B2) 应力差值均大于工况一。原因在于工况二横梁位置低于工况一,正如前文提到,当横梁越靠近下翼缘时,两侧主梁腹板翘曲变形差越大,进而导致横梁纵桥向作用更明显。

## 2.5 截面应力解析

工况一中 1<sup>#</sup>~4<sup>#</sup> 横梁在偏心荷载  $P = 1000$  kN 作用下内外梁侧的应力值见表 2。对横梁应力值进行解析,可得拉伸变形产生的正应力  $\sigma_1$ 、竖向弯曲变形产生的正应力  $\sigma_2$  以及纵桥向弯曲变形产生的正应力  $\sigma_3$ ,如式(14)~(17)所示,U1、U2 的计算方法同 B1、B2。应力解析结果见表 3。由表 3 可知,拉伸变形与竖向弯曲变形产生的应力值之比为 0.27,说明曲线桥中横梁框架存在明显的轴向力。

图 18 1<sup>#</sup> 横梁应力分布Fig. 18 Stress Distribution of 1<sup>#</sup> Crossbeam

纵桥向弯曲变形与竖向弯曲变形产生的应力值之比最大值为 0.37, 说明翘曲变形导致的横梁框架的纵桥向变形作用不应被忽略, 该作用会使得横梁截面应力显著变化; 该比值在 1<sup>#</sup> 与 4<sup>#</sup> 横梁处大于 2<sup>#</sup> 和 3<sup>#</sup> 横梁处, 说明越靠近支座截面, 曲线梁翘曲变形越大, 横梁纵桥向弯曲变形越明显。

横梁竖向和纵桥向弯曲应力如图 21、22 所示。由于横梁数量较少, 将各效应解析值进行拟合, 可以发现竖向弯曲变形产生的应力值与主梁弯矩分布规律类似, 纵桥向弯曲变形产生的应力与扭率分布规律类似。

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_{U1} + \sigma_{U2} + \sigma_{B1} + \sigma_{B2}}{4} \quad (14)$$

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_{B2'} + \sigma_{B1'}}{2} \quad (15)$$

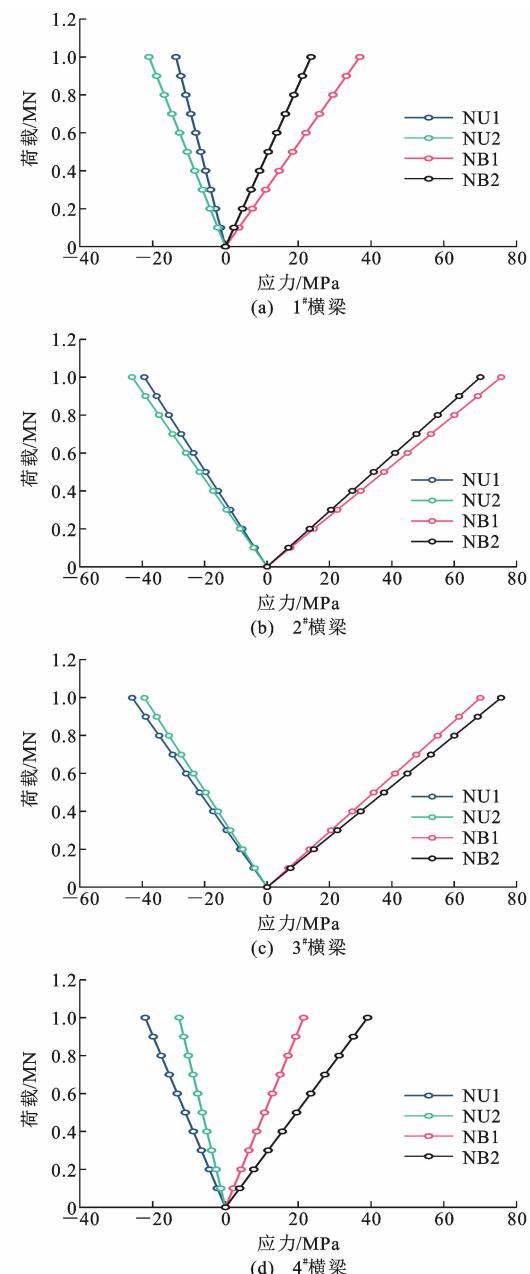
$$\sigma_3 = \frac{\sigma_{B2'} - \sigma_{B1'}}{2} \quad (16)$$

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_{B1'} = \sigma_{B1} - \sigma_1 \\ \sigma_{B2'} = \sigma_{B2} - \sigma_1 \end{array} \right\} \quad (17)$$

式中:  $\sigma_{U1}$ 、 $\sigma_{U2}$ 、 $\sigma_{B2}$ 、 $\sigma_{B1}$  为图 17 中横梁提取点处的有限元正应力计算结果;  $\sigma_{B1'}$ 、 $\sigma_{B2'}$  为从总应力中解析出  $\sigma_1$  后的中间量。

### 3 设计建议

从上文的分析可以发现, 开口截面抗扭刚度较小, 主要依靠翘曲变形来抗扭。越靠近支座截面, 横梁的纵桥向变形越明显。端横梁不仅能起到横向传

图 19 1<sup>#</sup> ~ 4<sup>#</sup> 横梁内梁侧应力分布Fig. 19 Stress Distribution on Inner Beam Side of 1<sup>#</sup> ~ 4<sup>#</sup> Crossbeam

力的作用, 也能达到纵向约束的目的。由于限制了变形, 支座截面附近的横梁应力会一定程度的增大, 对于焊接式横梁, 可能会出现引发焊缝疲劳等诸多问题。针对这些问题, 提出以下两点设计建议来增强结构整体抗扭刚度:

(1) 当横梁越靠近支点截面时, 横梁面外变形越明显, 可适当增加支点截面附近横梁弱轴抗弯强度, 以抵抗面外变形。增强横梁弱轴抗弯强度的方法有改变横梁截面形式或者增加工字型横梁尺寸等。

(2) 在曲线桥中, 可以适当增加下平联, 使得截

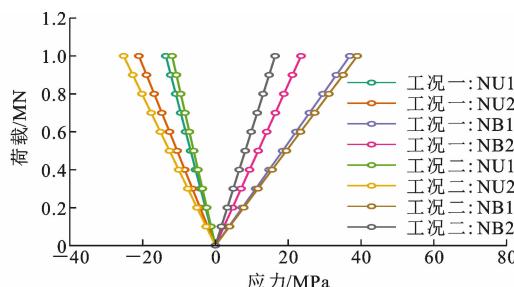


图 20 2 种工况下 1# 横梁内梁侧应力分布

Fig. 20 Stress Distribution on Inner Beam Side of 1# Crossbeam Under Two Working Conditions

面变成“拟封闭”截面,以达到提高抗扭刚度、减小翘曲变形的目的。

## 4 结语

(1) 符拉索夫薄壁结构理论适用于双工字钢组合梁桥的约束扭转分析,并且基于该理论得到的横梁应力分布规律与有限元模拟的规律基本一致。

(2) 曲线双工字钢板组合梁桥跨内横梁可通过横向框架模型分析其受力模式。越靠近加载点截面,主梁竖向弯矩越大,导致横梁的框架效应越明

表 2 横梁应力值

Table 2 Stress Value of Crossbeams

横梁编号	横梁应力/MPa							
	WU1	WU2	WB1	WB2	NU1	NU2	NB1	NB2
1#	22.06	28.54	-18.70	-6.00	-13.59	-21.00	36.92	23.53
2#	58.10	61.42	-32.82	-25.53	-39.34	-43.27	75.07	68.41
3#	61.41	58.09	-25.53	-32.82	-43.26	-39.33	68.40	75.06
4#	29.25	21.49	-3.86	-21.02	-22.06	-12.75	21.49	39.06

表 3 应力解析结果

Table 3 Stress Analysis Results

横梁编号	1#	2#	3#	4#
现有框架模型	竖向弯曲应力 $\sigma_2$ /MPa	23.75	56.45	56.44
	拉伸应力 $\sigma_1$ /MPa	6.46	15.22	15.22
考虑主梁翘曲变形	纵桥向弯曲应力 $\sigma_3$ /MPa	-6.70	-3.33	3.33
	$\sigma_1/\sigma_2$	0.27	0.27	0.27
	$\sigma_3/\sigma_2$	-0.28	-0.06	0.06
				0.37

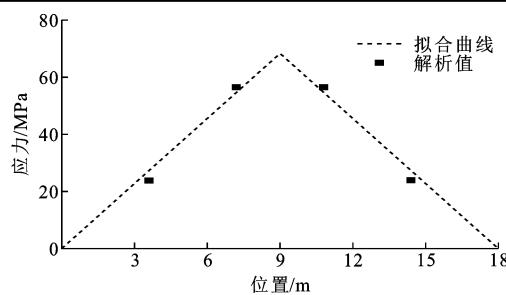


图 21 横梁竖向弯曲应力解析

Fig. 21 Analysis of Vertical Bending Stress of Crossbeam

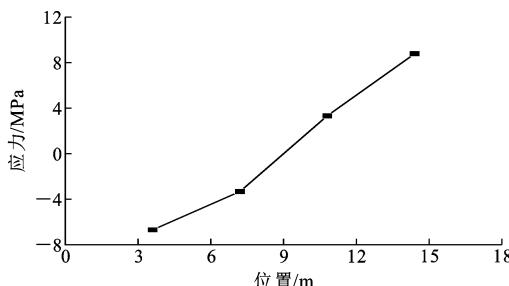


图 22 横梁纵桥向弯曲应力解析

Fig. 22 Analysis of Longitudinal Bending

Stress of Crossbeam

显。在跨内表现为 2#、3# 横梁效应较大,1#、4# 横梁效应较小。

(3) 约束扭转产生的翘曲变形与扭率以及截面主扇性坐标成正比,导致横梁的纵桥向弯曲变形在 1#、4# 横梁较大,2#、3# 横梁较小,并且加载点截面两侧横梁的纵桥向变形方向相反。

## 参考文献:

## References:

- [1] 刘永健,高诣民,周绪红,等.中小跨径钢-混凝土组合梁桥技术经济性分析[J].中国公路学报,2017,30(3):1-13.  
LIU Yong-jian, GAO Yi-min, ZHOU Xu-hong, et al. Technical and Economic Analysis in Steel-concrete Composite Girder Bridges with Small and Medium Span[J]. China Journal of Highway and Transport, 2017,30(3):1-13.
- [2] 刘永健,吴浩伟,封博文,等.车轮荷载作用下双工字钢组合梁桥横桥向焊钉拉拔效应[J].建筑科学与工程学报,2020,37(2):1-10.

- LIU Yong-jian, WU Hao-wei, FENG Bo-wen, et al. Tensile Effect of Welding Studs in Transverse Direction of Twin-I Steel Composite Girder Bridge Under Wheel Load[J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2020, 37(2): 1-10.
- [3] 孙训方,方孝淑,关来泰,等.材料力学(Ⅱ)[M].5版.北京:高等教育出版社,2013.
- SUN Xun-fang, FANG Xiao-shu, GUAN Lai-tai, et al. Mechanics of Materials (Ⅱ) [M]. 5th ed. Beijing: Higher Education Press, 2013.
- [4] 景东.工字型组合梁荷载分配特性及横桥向稳定性研究[D].重庆:重庆交通大学,2020.
- JING Dong. Study on Load Distribution Characteristics and Transverse Stability of I-shaped Composite Beams[D]. Chongqing: Chongqing Jiaotong University, 2020.
- [5] TUNG D, FOUNTAIN R S. Approximate Torsional Analysis of Curved Box Girders by the M/r-method [J]. Engineering, 1970, 7(3): 65-74.
- [6] JR POELLOT W N. Computer-aided Design of Horizontally Curved Girders by the V-load Method[J]. Engineering Journal, 1987, 24(1): 42-50.
- [7] LIU D J, MAGLIOLA R. End Forces on Crossframes in Horizontally Curved Steel I-girder Bridges [J]. Practice Periodical on Structural Design and Construction, 2010, 15(1): 21-26.
- [8] XIANG D, LIU Y Q, YANG F. Numerical and Theoretical Analysis of Slab Transverse-moment Distributions in Twin-girder Crossbeam Composite Bridges [J]. Journal of Bridge Engineering, 2020, 25 (3): 04020004.
- [9] 拉伯特,赫特.钢桥:钢与钢-混组合桥梁概念和结构设计[M].葛耀君,苏庆田,译.北京:人民交通出版社,2014.
- LEBET J P, HIRT M A. Steel Bridges: Conceptual and Structural Design of Steel and Steel-concrete Composite Bridges[M]. Translated by GE Yao-jun, SU Qing-tian. Beijing: China Communications Press, 2014.
- [10] LIN W W, LAM H, YODA T. Experimental Study on Steel-concrete Composite Twin I-girder Bridges[J]. Journal of Bridge Engineering, 2020, 25(1): 04019129.
- [11] 龙驭球,包世华,匡文起,等.结构力学教程(Ⅱ)[M].北京:高等教育出版社,2001.
- LONG Yu-qiu, BAO Shi-hua, KUANG Wen-qi, et al. Structural Mechanics (Ⅱ) [M]. Beijing: Higher Education Press, 2001.
- [12] 郝际平,钟炜辉.薄壁杆件的弯曲与扭转[M].北京:高等教育出版社,2006.
- HAO Ji-ping, ZHONG Wei-hui. Bending and Torsion of Thin-walled Bar [M]. Beijing: Higher Education Press, 2006.
- [13] 包世华,周坚.薄壁杆件结构力学[M].北京:中国建筑工业出版社,1991.
- BAO Shi-hua, ZHOU Jian. Structural Mechanics of Thin-walled Members [M]. Beijing: China Architecture & Building Press, 1991.
- [14] KOLLMRUNNER C F, BASLER K. Torsion in Structures[M]. Berlin: Springer, 1969.
- [15] 李惠生,张罗溪.曲线梁桥结构分析[M].北京:中国铁道出版社,1992.
- LI Hui-sheng, ZHANG Luo-xi. Structural Analysis of Curved Girder Bridges [M]. Beijing: China Railway Publishing House, 1992.
- [16] 高岛春生.曲线梁桥[M].张德礼,译.北京:中国建筑工业出版社,1979.
- TAKASHIMA H. Curved Girder Bridge[M]. Translated by ZHANG De-li. Beijing: China Architecture & Building Press, 1979.
- [17] 刘柏青,张士铎.十九、曲线桥梁(上)[J].中南公路工程,1989,14(1): 47-56.
- LIU Bo-qing, ZHANG Shi-duo. XIX. Curved Bridges (Above) [J]. Central South Highway Engineering, 1989, 14(1): 47-56.
- [18] ZHANG Y L, HOU Z M, LI Y S, et al. Torsional Behaviour of Curved Composite Beams in Construction Stage and Diaphragm Effects[J]. Journal of Constructional Steel Research, 2015, 108: 1-10.
- [19] 马晓蕾.钢板混凝土组合连续梁横向受力性能研究[D].北京:北京交通大学,2020.
- MA Xiao-lei. Research on the Transverse Mechanical Performance of Steel Slab-concrete Composite Continuous Beam[D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2020.
- [20] SHEN C D, SONG Y F, YAN L, et al. Experimental and Numerical Investigation on the Bearing Behavior of Curved Continuous Twin I-girder Composite Bridge with Precast Concrete Slab[J]. Advances in Civil Engineering, 2021, 2021: 8872092.