

引文格式:陈顺云,肖建春,沈睿麟,等.基于响应面法的钢空腹桁架结构优化设计[J].建筑科学与工程学报,2024,41(5):33-41.

CHEN Shunyun, XIAO Jianchun, SHEN Ruilin, et al. Optimization design of steel vierendeel truss structure based on response surface method [J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2024, 41(5): 33-41.

DOI:10.19815/j.jace.2022.09087

## 基于响应面法的钢空腹桁架结构优化设计

陈顺云<sup>1,2</sup>, 肖建春<sup>1,2</sup>, 沈睿麟<sup>1,2</sup>, 杨行<sup>1,2</sup>, 盛夏<sup>1,2</sup>, 刘小龙<sup>1,2</sup>

(1. 贵州大学 空间结构研究中心, 贵州 贵阳 550025; 2. 贵州大学 贵州省结构工程重点实验室, 贵州 贵阳 550025)

**摘要:**为了提高钢空腹桁架结构的优化设计效率,提出采用基于响应面法的结构优化设计方法对钢空腹桁架进行优化设计。优化前根据虚功原理推导了空腹桁架的等效惯性矩和等效剪切刚度,采用等代实腹梁刚度法验证了有限元模型精度。通过 Box-Behnken 试验设计,获得 66 组有限元模拟的试验样本,建立 Kriging 响应面从而得到近似响应点。以结构质量最小化为目标,以规范允许的最大组合应力、最大挠度和构件宽厚比为约束条件,采用 MOGA 遗传算法对空腹桁架进行优化设计,得到 Pareto 最优候选解。结果表明:在各级荷载下,有限元计算值与等代实腹梁刚度法计算值的最大相对误差仅为 5.6%,验证了用于优化设计的有限元模型的精度;优化设计后 3 组候选解中最优用钢量为 6 195.4 kg,与优化前相比节省用钢量约 18%;对最优解的相关几何参数进行了有限元数值试验验证,优化后的构件宽厚比、最大组合应力、最大挠度和结构质量与数值试验结果吻合较好,偏差均在 3% 以内,表明基于响应面法的结构优化设计方法适用于钢空腹桁架结构多参数优化设计。

**关键词:**空腹桁架; Box-Behnken 试验设计; Kriging 响应面; 优化设计

中图分类号: TU328

文献标志码: A

文章编号: 1673-2049(2024)05-0033-09

## Optimization design of steel vierendeel truss structure based on response surface method

CHEN Shunyun<sup>1,2</sup>, XIAO Jianchun<sup>1,2</sup>, SHEN Ruilin<sup>1,2</sup>, YANG Hang<sup>1,2</sup>,  
SHENG Xia<sup>1,2</sup>, LIU Xiaolong<sup>1,2</sup>

(1. Research Center of Space Structures, Guizhou University, Guiyang 550025, Guizhou, China;

2. Key Laboratory of Structural Engineering of Guizhou Province, Guizhou University,  
Guiyang 550025, Guizhou, China)

**Abstract:** To improve the optimization design efficiency of steel vierendeel truss structure, a structural optimization design method based on the response surface method was proposed to optimize the design of steel vierendeel truss. Before optimization, the equivalent inertia moment and equivalent shear stiffness of the vierendeel truss were derived according to the virtual work principle, and the accuracy of the finite element model was verified by the equivalent beam flexibility method. Through the Box-Behnken experimental design, totally 66 groups of finite element test samples were obtained, and Kriging response surface was established to obtain

approximate response points. With the goal of minimizing structural quality and the constraints of maximum allowable combined stress, maximum deflection, and component width to thickness ratio, the MOGA genetic algorithm was used to optimize the design of the vierendeel truss, and the Pareto optimal candidate solution was obtained. The results show that under all levels of loads, the maximum relative error between the finite element calculation value and the equivalent stiffness method calculation value is only 5.6%, which verifies the accuracy of the finite element model used for optimization design. The optimal steel consumption of the three groups of candidate solutions after optimization is 6 195.4 kg, which saves about 18% of the steel consumption compared with that before optimization. The geometric parameters related to the optimal solution are verified by finite element numerical tests. The width to thickness ratio, maximum combined stress, maximum deflection and structure quality of the optimized members are in good agreement with the numerical test results, and the deviation is within 3%, which shows that the structural optimization design method based on response surface method is suitable for the multi-parameter optimization design of steel vierendeel truss structures.

**Key words:** vierendeel truss; Box-Behnken experimental design; Kriging response surface; optimization design

**Author resume:** XIAO Jianchun(1967-), male, PhD, professor, E-mail: jcxiao@gzu.edu.cn.

## 0 引言

空腹桁架结构在建筑楼盖、屋盖、转换层、建筑连体、连廊、大悬挑中应用广泛<sup>[1-5]</sup>。空腹桁架自重轻,结构美观<sup>[6-8]</sup>,腹部空间较大时可以作为楼层使用,较小时可作为管道设备安装空间使用(图 1)。空腹桁架可厂内预制,方便运输至现场装配施工。

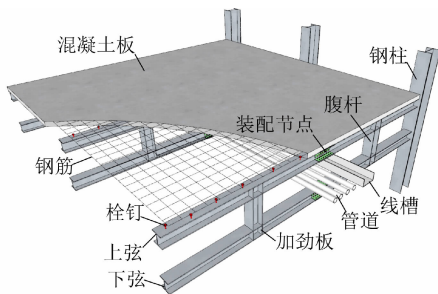


图 1 装配式空腹桁架楼盖

Fig. 1 Fabricated vierendeel truss floor

空腹桁架在建筑工程中应用广泛,研究较多。张誉等<sup>[9]</sup>对高层建筑梁式和空腹桁架式转换层结构进行了试验研究,分析了两种形式转换层在竖向荷载和水平往复荷载作用下的破坏形态和受力性能。傅传国等<sup>[10]</sup>对大跨度叠层空腹桁架整体转换结构模型受力与抗震性能进行试验研究,得出该种转换结构不论在竖向还是水平地震作用下,其整体工作性能良好。李玉莹等<sup>[11]</sup>通过理论分析得到了空腹桁架结构在竖向荷载作用下的理论解,清楚地解释

了空腹桁架的受力机理,为空腹桁架的设计和方案比较提供了理论依据。刘卓群等<sup>[12]</sup>基于空腹桁架理论提出了一种适合钢空腹梁空腹部分内力的计算方法。姜岚等<sup>[13]</sup>基于费氏空腹桁架理论,建立了剪力键式钢空腹梁内力及变形简化计算方法。尹昭等<sup>[14]</sup>对外贴耗能空腹桁架和外贴 BRB 框架加固 RC 框架结构抗震性能进行对比分析,得出空腹桁架加固方案更有优势。刘洪明等<sup>[15]</sup>在普陀龙湾项目连体结构设计中空腹桁架连体结构进行了弹塑性动力时程分析,得出结构主要抗侧力构件满足中震不屈服的抗震性能目标。简斌等<sup>[3,16]</sup>对预应力混凝土空腹桁架转换结构开展低周反复荷载试验研究,研究表明空腹桁架转换结构具有较大的抗震承载力安全储备、良好的延性性能和耗能能力,提出了一级抗震预应力型钢混凝土空腹桁架转换层框架结构三道防线抗震设防设计方法,明确了三道防线的具体划分方法、各防线内力调整措施初步方案以及主要抗震性能的量化控制指标。目前,针对钢空腹桁架结构优化设计方面的相关研究还较少,为此,本文以 H 型钢空腹桁架结构为例进行优化设计研究,以为空腹桁架结构工程实际应用提供参考。

空腹桁架结构参数较多,采用不同截面尺寸的多个方案对比很难求出最优解。要提高结构优化设计效率和可靠性,一种高效准确的优化设计方法至关重要。目前空腹桁架的计算方法主要有精确算法和等代实腹梁刚度法。等代实腹梁刚度法是一种相

对简单的近似计算方法,由于计算简便而得到广泛的应用。因此,本文采用等代实腹梁刚度法验证有限元模型精度。通过 Box-Behnken 试验设计获得数值试验样本,建立 Kriging 响应面以获取近似响应点,再采用 MOGA 遗传算法对空腹桁架进行优化设计<sup>[17-18]</sup>,在满足规范的前提下设计出经济且安全的空腹桁架结构。

## 1 等代实腹梁刚度法

等代实腹梁刚度法是将如图 2(a)所示空腹桁架的抗弯刚度和抗剪刚度分别等效为如图 2(b)所示的实腹梁的抗弯刚度和抗剪刚度,利用实腹梁的挠度计算公式计算出空腹桁架的挠度  $\delta$ ,如式(1)所示。

$$\delta = \int \frac{\bar{M}M_p}{EI_{eq}} ds + \int \frac{\bar{V}V_p}{C_{eq}} ds \quad (1)$$

式中: $\bar{M}$ 为单位荷载引起的弯矩; $M_p$ 为实际荷载引起的弯矩; $\bar{V}$ 为单位荷载引起的剪力; $V_p$ 为实际荷载引起的剪力; $I_{eq}$ 为等效惯性矩; $C_{eq}$ 为等效剪切刚度; $E$ 为弹性模量。

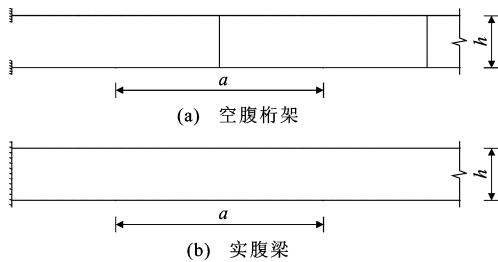


图 2 等代模型

Fig. 2 Equivalent model

### 1.1 基本假定

- (1)腹杆与上下弦刚接,上下弦截面特性相同。
- (2)忽略扭转效应,仅考虑剪切和弯曲的一阶影响。
- (3)不考虑楼板和加劲板的作用,反弯点在桁架高度中点。
- (4)结构处于弹性工作状态。

### 1.2 等效惯性矩

对一个节间长度为  $a$  的空腹桁架和实腹梁上作用单位弯矩  $M$ ,如图 3(a)、(b)所示。实腹梁上部受拉,下部受压产生弯曲转角  $\theta_b$ ,计算式为

$$\theta_b = \frac{Ma}{EI} \quad (2)$$

式中: $I$ 为惯性矩。

空腹桁架在单位弯矩作用下,上弦受到轴向压力  $N=M/h$  而缩短,下弦受轴向拉力  $N=M/h$  而伸

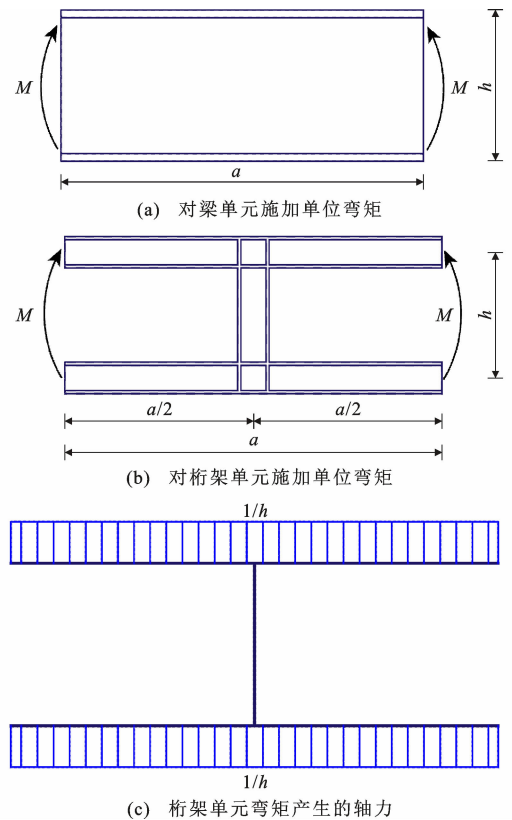


图 3 对梁单元和桁架单元施加单位弯矩

Fig. 3 Applying unit bending moment to beam and truss elements

长[图 3(c)],从而使桁架整体产生弯曲转角,设其转角为  $\theta_t$ ,根据虚功原理可得

$$\theta_t = \int \frac{NN}{EA} dx = \frac{a}{EA_1 h^2} + \frac{a}{EA_2 h^2} \quad (3)$$

式中: $A_1$ 、 $A_2$ 分别为上、下弦截面面积; $h$ 为梁高及上下弦之间的中心距离。

使空腹桁架弯曲转角  $\theta_t$ 与实腹梁弯曲转角相等, $\theta_t = \theta_b$ 可得等效惯性矩  $I_{eq}$ 为

$$I_{eq} = I = \frac{A_1 A_2}{A_1 + A_2} h^2 \quad (4)$$

上下弦截面属性相同时可得

$$I_{eq} = \frac{A_1}{2} h^2 \quad (5)$$

### 1.3 等效剪切刚度

对一个节间长度的空腹桁架和实腹梁上作用单位剪力  $V=1$ ,如图 4 所示。实腹梁受剪变形  $\gamma_b$ 如式(6)所示。

$$\gamma_b = \frac{kV}{GA} \quad (6)$$

式中: $k$ 为剪应力分布不均匀系数; $G$ 为剪切模量; $A$ 为实腹梁截面面积。

令剪切刚度  $C=k/GA$ ,则有

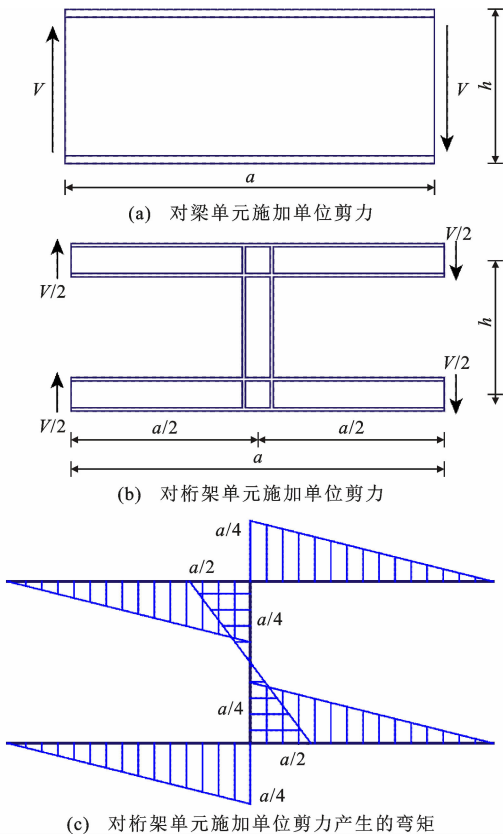


图4 对梁单元和桁架单元施加单位剪力

Fig. 4 Applying unit shear to beam and truss elements

$$\gamma_b = \frac{V}{C} \quad (7)$$

空腹桁架受到剪力时主要有弦杆、腹杆的弯曲变形和腹杆自身的剪切变形,因此剪切角与弦杆、腹杆的局部弯曲变形及腹杆自身剪切变形有关。与弦杆、腹杆的局部弯曲变形相关的剪切角为 $\gamma_1$ ,腹杆自身剪切角为 $\gamma_v$ 。根据虚功原理可得

$$\gamma_1 = \frac{\Delta_1}{a} = \int \frac{MM}{aEI_1} dx \quad (8)$$

$$\gamma_v = \frac{a^2}{24EI_1} + \frac{ah}{12EI_v} \quad (9)$$

式中: $I_1$ 为弦杆的截面惯性矩; $I_v$ 为腹杆的截面惯性矩; $\Delta_1$ 为由弯矩产生的位移。

腹杆所受的剪力为 $H = a/h$ ,根据虚功原理可得

$$\gamma_v = \frac{\Delta_v}{a} = \int \frac{HH}{akG_v A_v} dx = \frac{a}{kG_v A_v h^2} \quad (10)$$

式中: $G_v$ 为腹杆钢的剪切模量; $A_v$ 为腹杆的截面面积; $\Delta_v$ 为由剪力引起的腹杆位移。

总的剪切角 $\gamma_t$ 为

$$\gamma_t = \gamma_1 + \gamma_v \quad (11)$$

使空腹桁架剪切转角 $\gamma_t$ 与实腹梁剪切转角相

等,即 $\gamma_t = \gamma_b$ 可得

$$C_{eq} = \frac{1}{\gamma_t} = \frac{1}{\gamma_1 + \gamma_v} \quad (12)$$

#### 1.4 等代实腹梁刚度法算例

空腹桁架参数如图5所示。固定支座空腹桁架跨度 $L = 32$  m、节间距 $a = 3.2$  m、桁架高度 $h = 1.6$  m、上下弦宽度 $w_1 = 0.3$  m、上下弦高度 $h_1 = 0.4$  m、上下弦翼缘厚度 $t_1 = 0.016$  m、上下弦腹板厚度 $t_2 = 0.01$  m、腹杆截面宽度 $w_2 = 0.3$  m、腹杆高度 $h_2 = 0.3$  m、腹杆翼缘和腹板厚度 $t_3 = 0.01$  m。钢材弹性模量为 $2.06 \times 10^5$  MPa,泊松比为0.3,剪切模量为 $7.9 \times 10^4$  MPa。

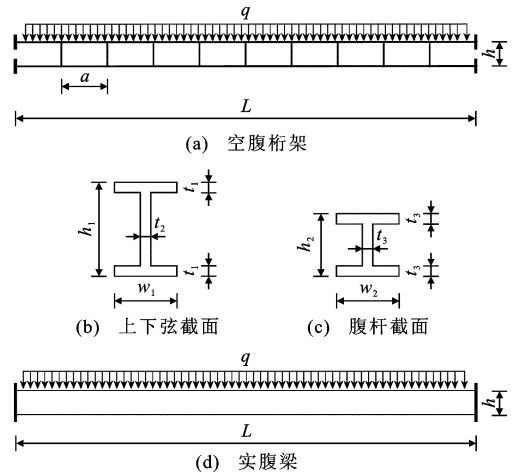


图5 空腹桁架参数

Fig. 5 Parameters of vierendeel truss

将图5(a)中空腹桁架刚度等效为图5(d)的实腹梁刚度后,用式(1)计算空腹桁架跨中挠度。式(1)中弯矩和剪力引起的变形通过图乘法求出。实际荷载作用下的内力和单位荷载下的内力图如图6所示。式(1)计算得到的各级荷载下的跨中挠度如表1所示。

## 2 有限元模型精度验证

### 2.1 有限元模型

有限元模型几何参数包括空腹桁架跨度 $L$ 、节间距 $a$ 、桁架高度 $h$ 、上下弦宽度 $w_1$ 、上下弦高度 $h_1$ 、上下弦翼缘厚度 $t_1$ 、上下弦腹板厚度 $t_2$ 、腹杆截面宽度 $w_2$ 、腹杆高度 $h_2$ 、腹杆翼缘和腹板厚度 $t_3$ ,如图5所示。

Shen等<sup>[6]</sup>对未考虑钢筋混凝土板的空腹梁进行试验研究,研究表明空腹梁采用梁单元模拟精度较高,相对误差在5%以内。空腹桁架结构由H型钢梁焊接而成,采用Beam单元模拟。桁架与柱连

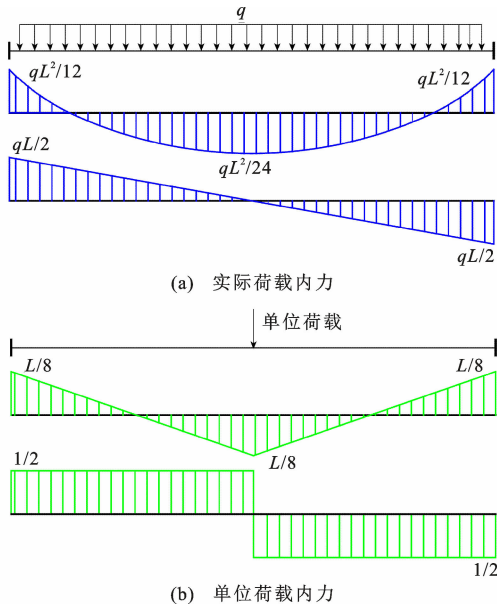


图 6 内力图

Fig. 6 Internal force diagram

表 1 挠度计算结果

Table 1 Calculation results of deflection

荷载/(kN·m <sup>-1</sup> )	10	13	16	19
挠度/m	0.037 6	0.046 7	0.055 9	0.065 1

接方式为固接,因此支座采用固定支承。钢材弹性模量为  $2.06 \times 10^5$  MPa,泊松比为 0.3,剪切模量为  $7.9 \times 10^4$  MPa。

### 2.2 有限元值与理论值对比

在各级荷载下,有限元与等代实腹梁刚度法的最大挠度计算结果如表 2 所示。可以看出,有限元计算的最大挠度和等代实腹梁刚度法计算的最大挠度相对误差最大为 5.6%,说明 Beam 单元模型的计算精度较高。

表 2 最大挠度计算结果

Table 2 Calculation results of maximum deflection

荷载/(kN·m <sup>-1</sup> )	最大挠度		
	理论值/m	有限元值/m	相对误差/%
10	0.037 6	0.035 5	5.6
13	0.046 7	0.046 2	1.2
16	0.055 9	0.056 8	1.6
19	0.065 1	0.067 4	3.5

## 3 优化设计

### 3.1 设计变量

在空腹桁架结构设计中,结构质量取决于构件截面尺寸和构件长度。实际工程中结构跨度为定值,因此上下弦长度为定值。桁架高度决定腹杆长度,桁架高度为变量。设计变量为桁架高度和构件

截面尺寸,相关变量如图 5 所示,其中空腹桁架跨度  $L=32$  m、节间距  $a=3.2$  m 为定值,上下弦截面宽度  $\omega_1$ 、上下弦截面高度  $h_1$ 、上下弦翼缘厚度  $t_1$ 、上下弦腹板厚度  $t_2$ 、腹杆截面宽度  $\omega_2$ 、腹杆截面高度  $h_2$  为变量。根据内力分布规律将腹杆分为两组,桁架靠近支座的腹杆(边部腹杆)内力大,中部腹杆内力小,理论上其截面尺寸不同。边部腹杆壁厚度为  $t_{3(s)}$ ,中部腹杆壁厚度为  $t_{3(m)}$ ,可将设计变量用  $x$  表示为

$$x = (h, a, \omega_1, h_1, t_1, t_2, \omega_2, h_2, t_{3(s)}, t_{3(m)}) \quad (13)$$

假设桁架楣距为 3 m,混凝土板厚为 0.1 m,装修荷载为 1.5 kPa,活荷载为 2 kPa,计算得每楣桁架标准组合线荷载为  $19 \text{ kN} \cdot \text{m}^{-1}$ 。

### 3.2 目标函数及约束条件

建筑结构设计的目标是设计出既安全又经济的结构。因此,以空腹桁架结构质量  $M$  为目标函数,最大组合应力  $[\sigma]$ 、最大挠度  $[\delta]$  和构件宽厚比  $[\beta]$  为约束条件,如式(14)所示。

$$\left. \begin{aligned} \min M(x) &= M(h, \omega_1, h_1, t_1, t_2, \omega_2, h_2, t_3) \\ \text{s. t.} & \\ \sigma &\leq [\sigma], \delta \leq [\delta], \beta \leq [\beta] \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

工程实际中结构构件受力状态通常是多种受力的组合形态,因此结构设计时要考虑受力的组合效应,多种受力组合产生的应力为组合应力,截面强度校核时应以最大组合应力进行校核<sup>[19]</sup>。为了防止构件因最大组合应力达到钢材屈服强度使整体结构达到正常使用极限状态,建立应力约束条件  $\sigma \leq [\sigma]$ ,约束值为 Q345 钢的屈服强度。为了防止结构变形过大使结构达到正常使用极限状态,建立最大挠度约束  $\delta \leq [\delta]$ ,根据《钢结构设计标准》<sup>[20]</sup> 的规定,楼盖挠跨比为 1/400,32 m 跨度的允许挠度为 0.08 m。为了保证局部稳定性,根据《建筑抗震设计规范》<sup>[21]</sup> 按一级抗震标准约束宽厚比,  $\beta_1$  为上下弦翼缘宽厚比,  $\beta_2$  为上下弦腹板宽厚比,  $\beta_3$  为腹杆宽厚比。根据 H 型钢规格表获取各设计变量的取值范围,在范围内取可制造离散值。设计变量及约束条件如表 3 所示。

### 3.3 优化流程

建筑结构优化设计的目标就是在符合建筑规范的前提下设计出性能最佳、质量最轻的结构。通过 Box-Behken 试验设计获取数值试验样本点,通过一系列样本点确定近似函数中的待定系数,以求得近似隐式的实际响应函数多项式表达式,采用 MOGA 遗传算法,获取近似最优响应点,优化流程如图 7 所示。

表3 设计变量和约束条件

Table 3 Design variables and constraints

参数	取值
$h$	0.8~1.6 m
$a$	3.2 m
$\omega_1$	0.2~0.4 m
$h_1$	0.35~0.55 m
$t_1$	0.008~0.016 m
$t_2$	0.008~0.016 m
$\omega_2$	由 $\omega_1$ 驱动
$h_2$	由 $\omega_2$ 驱动
$t_{3(s)}$	0.008~0.016 m
$t_{3(m)}$	0.008~0.016 m
$\delta$	$\leq 0.08$ m
$\sigma$	$\leq 345$ MPa
$\beta_1$	$\leq 9$
$\beta_2$	$\leq 60$
$\beta_3$	$\leq 43$

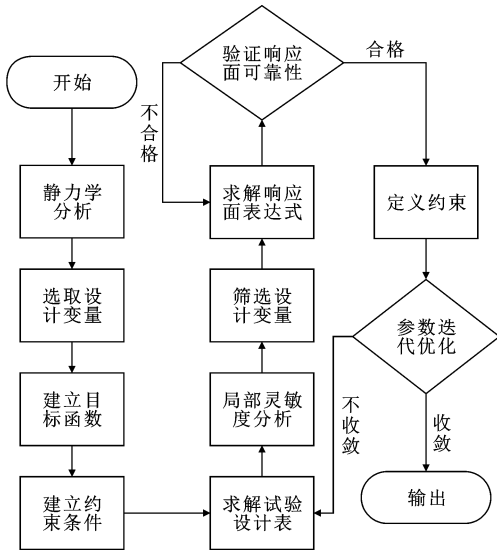


图7 优化流程

Fig. 7 Optimize process

## 4 结果分析

### 4.1 局部灵敏度分析

对一个优化设计系统的优化效率及可靠性进行分析时,需要考虑自变量  $x$  对一系列评价指标 ( $M, \sigma, f$ ) 的影响程度,并筛选出影响较显著的因子。敏感度分析法就是令任意自变量  $x_i (i=1, 2, 3, \dots, m)$  在其允许的范围内变化,研究该自变量对评价指标  $y_j (j=1, 2, 3, \dots, n)$  产生的影响,并将这些影响进行综合考虑。敏感度函数为

$$S_{ij} = \left| \frac{\Delta y_j}{y_j} \right| / \left| \frac{\Delta x_i}{x_i} \right| = \left| \frac{\Delta y_j}{\Delta x_i} \right| \left| \frac{x_i}{y_j} \right| \quad (15)$$

式中:  $S_{ij}$  为评价指标  $y_j$  对自变量  $x_i$  的敏感度;  $|\Delta y_j / y_j|$  为某一评价指标的相对变化率;  $|\Delta x_i / x_i|$  为某一自变量的相对变化率。

为了评估空腹桁架优化设计的可靠性,需进行局部敏感度分析。根据表3中各设计变量参数,通过 Box-Behnken 试验设计得到 66 个数值试验样本。图8为求解得到的设计变量与目标函数之间的局部敏感度系数。由图8可知:对最大挠度、最大组合应力和结构质量影响最显著的是上下弦截面宽度系数;对最大挠度、最大组合应力影响第二显著的是上下弦截面高度系数;对结构质量影响第二显著的是上下弦翼缘厚度系数。取影响最显著的3个参数上下弦截面宽度  $\omega_1$ 、上下弦截面高度  $h_1$ 、上下弦翼缘厚度  $t_1$  进行后续优化分析。

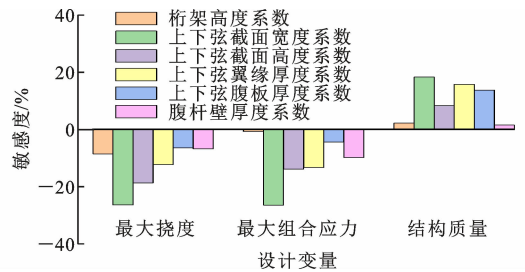


图8 局部灵敏度系数

Fig. 8 Local sensitivity coefficient

### 4.2 响应面分析

响应面法的基本思想是通过一系列样本点确定近似函数中的待定系数,以求得近似隐式的实际响应函数多项式,将各设计点结果代入表达式,可预测各个最优点的设计变量。Kriging 响应面是一种多维插值技术,可以处理非线性较强的复杂工程问题,且具有更强的预测能力<sup>[22]</sup>,其表达式为

$$y = [\mathbf{f}(x)]^T(x) \boldsymbol{\beta} + z(x) \quad (16)$$

$$\text{Cov}[z(x_1), z(x_2)] = \sigma_z^2 R(x_1, x_2) \quad (17)$$

式中:  $\mathbf{f}(x)$  为设计变量  $x$  的多项式函数;  $\boldsymbol{\beta}$  为待定回归系数;  $z(x)$  为一个随机统计过程函数,可以提供局部近似模拟偏差,其均值为 0,方差为  $\sigma_z^2$ ,协方差为  $\text{Cov}[z(x_1), z(x_2)]$ ;  $R(x_1, x_2)$  为两个数据点  $x_1, x_2$  之间的变异函数,通常选择高斯函数。

利用最小二乘估计法,可得到  $\boldsymbol{\beta}$  估计值为

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{Y} \quad (18)$$

式中:  $\mathbf{X}$  为试验数据点组成的系数矩阵;  $\mathbf{Y}$  为试验点对应的响应值矩阵。

$\sigma_z^2$  的估计值为

$$\hat{\sigma}_z^2 = \frac{1}{N} (\mathbf{Y} - \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}})^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{Y} - \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}) \quad (19)$$

式中: $N$  为试验点数。

利用上述系数和参数,可以得到 Kriging 模型在未知点  $x_0$  处的预测值  $\hat{y}(x_0)$  为

$$\hat{y}(x_0) = [\mathbf{f}(x_0)]^T(x_0)\boldsymbol{\beta} + [\mathbf{r}(x_0)]^T \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{Y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}) \quad (20)$$

式中: $\mathbf{r}(x_0)$  为预测点与试验点之间的相关矩阵。

图 9 为 Kriging 响应面的拟合优度散点图,反映了最大挠度、最大组合应力和结构质量 3 个输出参数的拟合情况,可以判断 Kriging 响应面模型的拟合优度。由图 9 可以看出,最大挠度、最大组合应力和结构质量的预测值与数值试验值在对角线附近,数值试验样本点与 Kriging 响应面拟合度非常好,表明响应面可靠。图 10 为各设计变量与目标函数的响应面。由图 10(a)可知,随着上下弦截面宽度和上下弦截面高度的增加,结构最大挠度减小。由图 10(b)可知,随着上下弦截面宽度和上下弦截面高度的增加,结构最大组合应力减小。由图 10(c)可知,随着上下弦截面宽度和上下弦翼缘厚度的增加,结构质量增加。

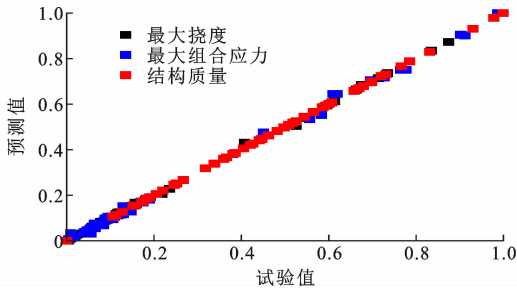


图 9 响应面拟合优度

Fig. 9 Fit goodness of response surface

### 4.3 优化分析

得到响应面后,可以获取响应面中的近似响应点,并应用 MOGA 算法进行优化。MOGA 算法是通过响应面搜索全局的最优设计方法<sup>[23]</sup>。基于设计变量与目标函数数量,指定初始样本数为 100,每次迭代样本数为 100,为了防止过早收敛,最大允许的 Pareto 解个数为 70%,最大可能迭代次数 20 次。经过优化计算得到 3 组候选解如表 4 所示。

根据建筑设计原则,选择第 1 组候选解,其最大挠度满足楼盖挠跨比为 1/400 的要求,且与优化前相比,最大组合应力更接近满应力状态,结构质量减小 1.35 t,节省用钢量 17.8%。

### 4.4 数值试验验证

为了验证优化结果的正确性,基于候选解 1 的相关参数进行有限元数值试验,有限元分析结果与

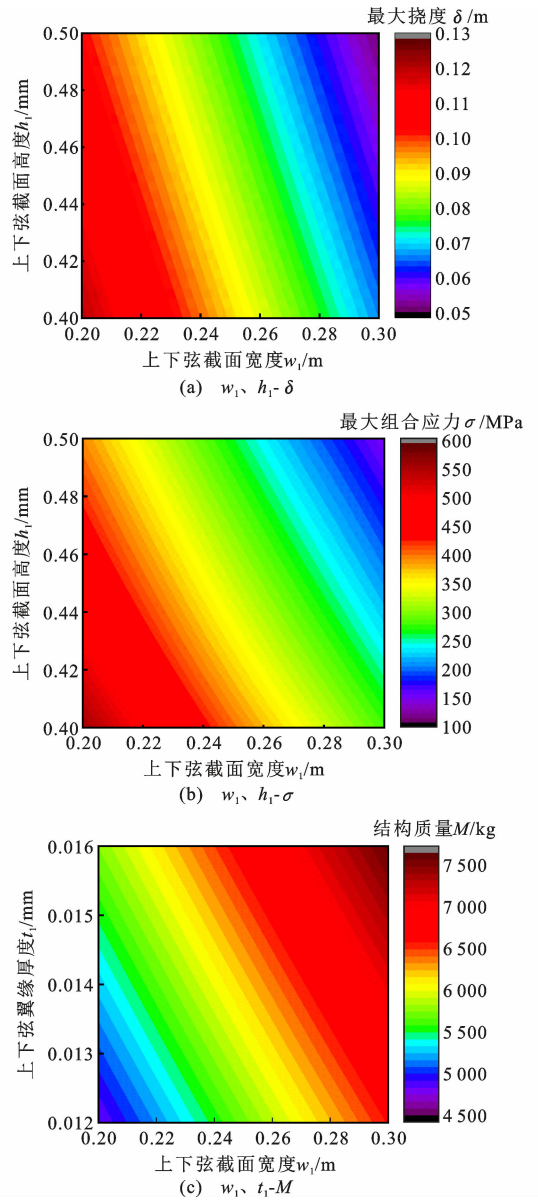


图 10 响应面

Fig. 10 Response surface

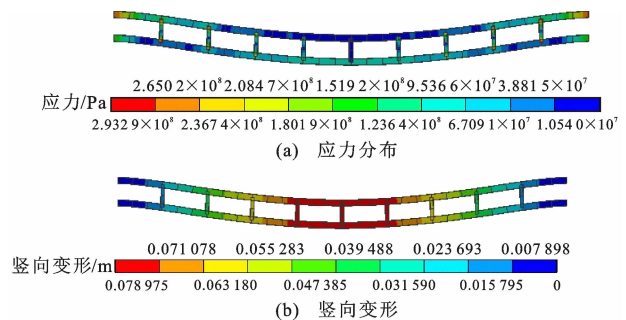


图 11 竖向变形及应力分布

Fig. 11 Vertical deformation and stress distribution

优化结果如表 5 所示,竖向变形及应力如图 11 所示。

通过表 5 可以看出,最大挠度、最大组合应力和

表 4 优化结果

Table 4 Optimization results

参数	候选解 1	候选解 2	候选解 3	优化前
$h/m$	1.6	1.4	1.6	1.4
$w_1/m$	0.25	0.25	0.25	0.30
$h_1/m$	0.45	0.45	0.45	0.40
$t_1/m$	0.014	0.014	0.014	0.016
$t_2/m$	0.008	0.008	0.008	0.010
$w_2/m$	0.025	0.025	0.025	0.300
$h_2/m$	0.025	0.025	0.025	0.300
$t_{3(s)}/m$	0.014	0.014	0.014	0.010
$t_{3(m)}/m$	0.008	0.014	0.010	0.006
$\delta/m$	0.081	0.081	0.080	0.068
$\sigma/MPa$	300.5	308.6	300.6	128.7
$M/kg$	6 195.4	6 213.0	6 248.9	7 542.3

表 5 数值试验结果

Table 5 Numerical test results

参数	候选解 1	数值试验解	偏差/%
$\delta$	0.081 m	0.079 m	2.530
$\sigma$	300.5 MPa	293.3 MPa	2.450
$M$	6 195.4 kg	6 195.9 kg	0.001

结构质量的优化结果与数值试验结果相比,偏差均在 3% 以内,说明采用本文的优化方法对空腹桁架结构进行优化设计是合理可靠的。

## 5 结 语

(1)通过虚功原理推导了空腹桁架等效惯性矩和等效剪切刚度,用等代刚度法计算空腹桁架挠度可靠性较高。在各级荷载下,等代刚度法计算值与有限元计算值相比最大相对误差仅为 5.6%,表明等代刚度法可用于空腹桁架优化设计前的有限元模型精度检验。

(2)在空腹桁架结构优化设计中,响应面拟合优度散点图中最大挠度、最大组合应力和结构质量的预测值与数值试验值均在对角线附近,验证了 Kriging 响应面对空腹桁架最优解参数预测的可靠性。

(3)建立了空腹桁架结构优化数学模型,采用基于响应面法的结构优化设计方法对钢空腹桁架进行优化设计,优化后的用钢量减少 1.35 t,节省用钢量 17.8%。

(4)经过数值试验验证,优化后的最大挠度、最大组合应力和结构质量与数值试验结果吻合较好,偏差均在 3% 以内,表明采用基于响应面法的结构优化设计方法对空腹桁架进行优化设计是合理可靠的。

## 参考文献:

### References:

- [1] 童 骏. 某大跨转换桁架高层钢结构设计[J]. 建筑钢结构进展, 2020, 22(4): 103-109.  
TONG Jun. The design of a high-rise steel structure with large-span transfer trusses[J]. Progress in Steel Building Structures, 2020, 22(4): 103-109.
- [2] 张龔华, 甄 伟, 盛 平, 等. 某带高位长悬挑桁架的超限结构设计[J]. 建筑结构, 2020, 50(20): 23-30.  
ZHANG Yanhua, ZHEN Wei, SHENG Ping, et al. Design on an out-of-code structure with large-span and high-position cantilever truss[J]. Building Structure, 2020, 50(20): 23-30.
- [3] 简 斌, 钟 庆, 甘 渊, 等. 预应力混凝土空腹桁架转换结构低周反复荷载试验研究[J]. 土木工程学报, 2013, 46(12): 18-24.  
JIAN Bin, ZHONG Qing, GAN Yuan, et al. Experimental study of prestressed concrete vierendeel truss transfer structure under low-cycle loading[J]. China Civil Engineering Journal, 2013, 46(12): 18-24.
- [4] 丁井臻, 邢万里, 王 赞, 等. 长春复华未来世界 I 期连体及大悬挑结构设计[J]. 建筑结构, 2019, 49(增 2): 69-75.  
DING Jingzhen, XING Wanli, WANG Zan, et al. Design of conjoined and large cantilever structure of Changchun fuhua future world phase I [J]. Building Structure, 2019, 49(S2): 69-75.
- [5] 陈 方, 陈 寅, 廖 耘. 珠海横琴国际交易广场复杂连体结构创新设计[J]. 建筑结构, 2020, 50(4): 118-123.  
CHEN Fang, CHEN Yin, LIAO Yun. Innovative design of complex connected structure in Zhuhai Hengqin international trade square [J]. Building Structure, 2020, 50(4): 118-123.
- [6] SHEN R L, XIAO J C, MA K J, et al. Theoretical and experimental study on steel open-web sandwich floor with flanged cruciform section shear key[J]. Latin American Journal of Solids and Structures, 2020, 17(3): e260.
- [7] CHEN Z P, FENG D C, WU G, et al. Seismic and economic performance of a mid-rise cassette structure [J]. Advances in Structural Engineering, 2020, 23(16): 3541-3554.
- [8] LUAN H Q, MA K J, QIN Y, et al. Investigation on structural behavior of an innovative orthogonal-diagonal steel open-web sandwich floor system [J]. Advances in Structural Engineering, 2016, 19(2): 353-371.

- [9] 张 誉,赵 鸣,方 健,等.空腹桁架式结构转换层的试验研究[J].建筑结构学报,1999,20(6):11-17.  
ZHANG Yu,ZHAO Ming,FANG Jian,et al. Experimental research on transfer story structures of tall building[J]. Journal of Building Structures, 1999, 20(6):11-17.
- [10] 傅传国,蒋永生,梁书亭.大跨度叠层空腹桁架整体转换结构模型受力与抗震性能试验研究[J].建筑结构学报,2004,25(1):36-44.  
FU Chuanguo,JIANG Yongsheng,LIANG Shuting. Experimental study on bearing capacity and seismic behavior of large-span two-storied vierendeel truss transfer structure[J]. Journal of Building Structures, 2004,25(1):36-44.
- [11] 李玉莹,梁书亭,孙修礼,等.空腹桁架结构受力机理研究分析[J].工业建筑,2006,36(增1):427-430,412.  
LI Yuying,LIANG Shuting,SUN Xiuli,et al. Research and analysis on the stress mechanism of vierendeel truss structure[J]. Industrial Construction,2006,36(S1):427-430,412.
- [12] 刘卓群,肖建春,赵 勇,等.剪力键式钢空腹梁空腹部分内力计算方法研究[J].钢结构,2017,32(10):19-24.  
LIU Zhuoqun,XIAO Jianchun,ZHAO Yong,et al. Research on the internal force calculation method of steel hollow beam with square steel-tube shear blocks [J]. Steel Construction,2017,32(10):19-24.
- [13] 姜 岚,马克俭,张华刚,等.剪力键式钢空腹梁静力计算方法[J].西安建筑科技大学学报(自然科学版),2018,50(3):354-360.  
JIANG Lan,MA Kejian,ZHANG Huagang,et al. The design method of steel vierendeel beam with shear connector[J]. Journal of Xi'an University of Architecture & Technology (Natural Science Edition),2018,50(3):354-360.
- [14] 尹 昭,高剑平,徐海涛,等.外贴耗能空腹桁架和外贴 BRB 框架加固 RC 框架结构抗震性能对比分析[J].工程抗震与加固改造,2019,41(1):118-123.  
YIN Zhao,GAO Jianping,XU Haitao,et al. Comparative studies on the seismic performance of reinforced concrete moment-resisting frame retrofitted by anchoring externally vierendeel truss and buckling-restrained brace frame[J]. Earthquake Resistant Engineering and Retrofitting,2019,41(1):118-123.
- [15] 刘洪明,姬 倩.普陀龙湾项目连体结构设计[J].建筑结构,2020,50(5):58-65.  
LIU Hongming,JI Qian. Connected structure design of Putuo Longwan project [J]. Building Structure, 2020,50(5):58-65.
- [16] 简 斌,李东泽,林 元,等.一级抗震预应力型钢混凝土空腹桁架转换层框架结构三道防线抗震设防设计方法[J].建筑结构学报,2021,42(1):57-66.  
JIAN Bin,LI Dongze,LIN Yuan,et al. Three-line defense seismic fortification design method for first seismic grade frame with prestressed steel reinforced concrete vierendeel truss transfer storey [J]. Journal of Building Structures,2021,42(1):57-66.
- [17] 胡 晶,翟九童,张心明,等.基于响应面法的双级串联轴承结构优化设计[J].兵工学报,2022,43(3):694-703.  
HU Jing,ZHAI Jiutong,ZHANG Xinming,et al. Structural optimization design of double-decker ball bearing based on response surface methodology [J]. Acta Armamentarii,2022,43(3):694-703.
- [18] 冯仲仁,杨亚磊,李 伟.基于响应面法的连续刚构桥结构优化设计[J].中外公路,2018,38(3):102-106.  
FENG Zhongren,YANG Yalei,LI Wei. Structural optimization design of continuous rigid frame bridge based on response surface method [J]. Journal of China & Foreign Highway,2018,38(3):102-106.
- [19] 陈绍蕃,顾 强.钢结构基础[M].3版.北京:中国建筑工业出版社,2014.  
CHEN Shaofan,GU Qiang. Steel structure foundation [M]. 3rd ed. Beijing: China Architecture & Building Press,2014.
- [20] 钢结构设计标准:GB 50017—2017[S].北京:中国建筑工业出版社,2017.  
Standard for design of steel structures:GB 50017—2017 [S]. Beijing: China Architecture & Building Press,2017.
- [21] 建筑抗震设计规范:GB 50011—2010[S].北京:中国建筑工业出版社,2010.  
Code for seismic design of buildings:GB 50011—2010 [S]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2010.
- [22] 张 崎.基于 Kriging 方法的结构可靠性分析及优化设计[D].大连:大连理工大学,2005.  
ZHANG Qi. Structural reliability analysis and optimization based on Kriging technique [D]. Dalian: Dalian University of Technology,2005.
- [23] 柴 山,尚晓江,刚宪约,等.工程结构优化设计方法与应用[M].北京:中国铁道出版社,2015.  
CHAI Shan,SHANG Xiaojiang,GANG Xianyue,et al. Optimal design method and application of engineering structure [M]. Beijing: China Railway Publishing House,2015.