

引文格式:张蕾,周天华,桑刘睿,等. 四边简支螺钉拼合薄钢板的屈曲后强度计算[J]. 建筑科学与工程学报, 2025, 42(2): 82-92.  
ZHANG Lei, ZHOU Tianhua, SANG Liurui, et al. Calculation of post-buckling strength of simply supported screw built-up thin steel plate [J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2025, 42(2): 82-92.

DOI:10.19815/j.jace.2023.04147

## 四边简支螺钉拼合薄钢板的屈曲后强度计算

张蕾,周天华,桑刘睿,王帅兵

(长安大学 建筑工程学院,陕西 西安 710061)

**摘要:**为研究冷弯薄壁型钢螺钉拼合薄钢板的屈曲后强度,对自攻螺钉连接的 21 根冷弯薄壁型钢背靠背截面拼合柱进行轴压试验研究,并采用 ABAQUS 有限元软件对试件开展数值模拟分析。在此基础上,以背靠背截面立柱的拼合腹板为研究对象,考虑板件连接界面的剪切滑移变形和自攻螺钉对拼合板件的约束作用,建立螺钉拼合薄钢板屈曲后应力的计算模型,提出四边简支螺钉拼合薄钢板屈曲后应力的解析式。为扩大该式的适用范围,对其进行修正,并通过试验和有限元结果对比,进行适用性分析评价。结果表明:有限元分析结果与试验结果的相对误差控制在 10% 以内,数值模型可以较好地反映试件在轴压条件下的变形破坏特征,模型具有较高的准确性;随着板件宽厚比的增加,提出的螺钉拼合薄钢板屈曲后应力解析式计算结果趋于保守;在常见的冷弯薄壁型钢拼合板件宽厚比变化范围内,经过修正的螺钉拼合薄钢板屈曲后应力计算结果与试验结果吻合良好,表明修正的解析式具有较好的准确性和适用性。

**关键词:**冷弯薄壁型钢;螺钉拼合薄钢板;能量法;背靠背截面拼合柱;轴压试验

中图分类号:TU392.5

文献标志码:A

文章编号:1673-2049(2025)02-0082-11

## Calculation of post-buckling strength of simply supported screw built-up thin steel plate

ZHANG Lei, ZHOU Tianhua, SANG Liurui, WANG Shuaibing

(School of Civil Engineering, Chang'an University, Xi'an 710061, Shaanxi, China)

**Abstract:** To investigate the post-buckling strength of screw built-up thin steel plate, axial compression tests were carried out on 21 cold-formed steel back-to-back built-up columns with self-drilling screw connections, and numerical simulation analysis of the specimens was carried out using ABAQUS finite element software. On the basis, taking the built-up web of the back-to-back section column as the research object, considering the shear slip deformation of the screw-plate connection interface and the constraint effect of the self-drilling screw on the built-up plate, the calculation model for the post-buckling stress of the screw built-up thin steel plate was established and the analytical expression for the post-buckling stress of simply supported screw built-up thin steel plates was derived. In order to expand the applicability of the formula, it was modified and compared with experimental and finite element results to analyze and evaluate the

收稿日期:2023-04-03

投稿网址: <http://jace.chd.edu.cn>

基金项目:国家自然科学基金项目(51878055);中央高校基本科研业务费专项资金项目(300102282204)

作者简介:张蕾(1993-),女,工学博士研究生,E-mail:zhangleio@chd.edu.cn。

通信作者:周天华(1963-),男,工学博士,教授,博士生导师,E-mail:zhouth@chd.edu.cn。

applicability. The results show that the relative error between the finite element analysis and experimental results is controlled within 10%. The numerical model accurately reflects the deformation and failure characteristics of the specimens under axial compression and the model has high accuracy. With the increase of the built-up plate width-thickness ratio, the calculation results of the derived analytical expression for the post-buckling stress of the screw built-up thin steel plate tend to be conservative. Within the common range of changes in the width-thickness ratio of cold-formed steel built-up plates, the post-buckling stress calculation results of the modified screw built-up thin steel plate formula are in good agreement with the experimental results, indicating that the modified analytical expression has good accuracy and applicability.

**Key words:** cold-formed steel; screw built-up thin steel plate; energy principle; back-to-back built-up column; axial compression test

**Author resumes:** ZHANG Lei(1993-), female, doctoral student, E-mail: zhangleio@chd.edu.cn; ZHOU Tianhua(1963-), male, PhD, professor, E-mail: zhouth@chd.edu.cn.

## 0 引言

冷弯薄壁型钢(CFS)拼合构件因截面组合灵活,强度储备高,是多层CFS结构的主要承重构件。与单肢构件相比,CFS拼合截面柱通过自攻螺钉连接,连接界面并非一个整体,因此会产生剪切滑移变形。由双肢C型钢组成的背靠背截面拼合短柱的翼缘限制腹板的侧向位移,但并未完全限制其转动,故背靠背截面柱的拼合腹板可被视为四边简支的螺钉拼合薄钢板(图1)。螺钉拼合板屈曲后,在薄膜应力的作用下,仍具有较高的强度储备。因此CFS结构的设计不仅允许板件发生局部屈曲,还可以利用其屈曲后强度<sup>[1]</sup>。需要注意的是,经典薄板稳定理论<sup>[2]</sup>以单板为研究对象,无法直接用于求解拼合薄钢板的稳定问题。

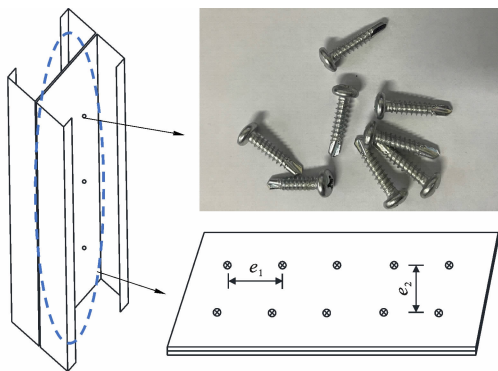


图1 螺钉拼合薄钢板构件

Fig.1 Screw built-up thin steel plate

为充分研究CFS构件在轴压荷载下的受力性能,路延等<sup>[3]</sup>研究了板组效应对冷弯薄壁受压C形截面柱局部屈曲荷载和承载力的影响;姚行友等<sup>[4-5]</sup>采用大挠度理论对部分加劲板件的非线性畸变屈曲

承载力进行了理论分析,建立了考虑局部和畸变屈曲承载力的统一计算公式;李艳春等<sup>[6-10]</sup>对不同截面的CFS拼合柱进行了大量承载力试验研究,明确构件长细比、螺钉间距、螺钉布置形式对各种截面拼合柱承载力的影响规律;靳璐君<sup>[11]</sup>通过统一不同边界条件下板件的屈曲系数,提出了适用于简支、固支边界的薄壁C形、帽形、Z形构件的局部屈曲临界荷载实用计算式;Roy等<sup>[12-14]</sup>基于试验和有限元模拟,探究了板件厚度、长细比和螺钉间距等因素对CFS箱形和背靠背截面拼合柱屈曲性能的影响,并评估了已有规范中相关计算方法的准确性;Zhou等<sup>[15-16]</sup>以背靠背截面拼合柱的拼合腹板为研究对象,建立四边简支拼合板的计算模型,总结开孔尺寸、螺钉间距、截面厚度等因素对四边简支螺钉拼合薄钢板临界屈曲应力的影响规律,解决了经典稳定理论在求解螺钉拼合薄钢板屈曲问题时的缺陷;Mojtabaei等<sup>[17]</sup>通过研究由螺栓连接的背靠背截面拼合构件的受力性能,明确了螺栓群排列方式和螺栓长度对局部屈曲极限承载力的影响,并提出一种适用于CFS螺栓连接构件的设计方法。以上学者在构件层面对拼合截面轴压柱的受力机理进行了研究,但并未对构件的屈曲后性能做进一步探讨。目前,考虑薄膜应力的影响,对螺钉拼合薄钢板屈曲后强度的研究仍为空白。

本文以CFS背靠背截面拼合短柱的拼合腹板为研究对象,考虑螺钉的剪切约束作用和翼缘对腹板的支承作用,建立四边简支两对边均匀受压的螺钉拼合薄钢板计算模型。考虑薄膜应力的影响,运用能量法,推导了四边简支螺钉拼合薄钢板屈曲后应力解析式。基于轴压试验和有限元数值模拟结果

提出相应的修正系数,扩大了解析式的适用范围,并验证了修正后解析式的合理性及适用性。

## 1 试验概况

### 1.1 试件设计

本文对 21 根背靠背截面拼合短柱进行轴压试验研究。拼合柱由 2 根冷弯薄壁 C 型钢通过 ST4.8 级圆头螺钉连接腹板而成,如图 2 所示,螺钉横向间距  $e_2$  为 64 mm。立柱上下端部各设置尺寸为 360 mm×280 mm×16 mm 的端板,通过角焊缝与背靠背截面拼合柱相连接。

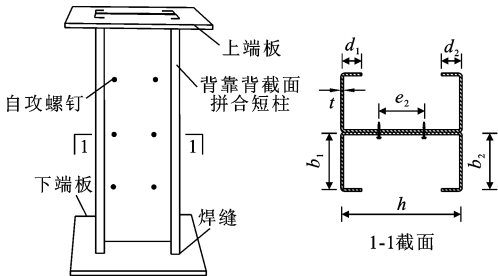


图 2 背靠背截面试件  
Fig. 2 Back-to-back sectional specimen

试件的编号规则为:C3 代表构件的截面形式为背靠背截面;L 表示局部屈曲试件;依据腹板高度试验试件分为 3 组,90 系列试件的螺钉间距为 100 mm,120 系列和 140 系列试件对应的螺钉纵向间距分别为 45、90、150 mm 和 50、100、150 mm;每组均有 3 个重复试件。

### 1.2 材性试验

试件所用钢材的牌号为 S280,钢材厚度为 1.2 mm,按 GB/T 2975—2018<sup>[18]</sup>的要求,试样沿长度方向取自立柱的腹板部分,依据有关规定<sup>[19]</sup>确定试样的形状和尺寸,得到材料的屈服应力  $f_y$ 、极限应力  $f_u$ 、弹性模量  $E$  等,如表 1 所示。

表 1 拉伸试样试验结果

Table 1 Results of tensile specimen test			
拉伸试样	$f_y$ /MPa	$f_u$ /MPa	$E/10^5$ MPa
T1.2-1	293.56	353.91	1.887
T1.2-2	289.98	347.33	1.898
T1.2-3	288.19	351.03	1.908
平均值	289.24	350.76	1.899

冷弯效应与残余应力在同一加工过程中产生,两种影响因素不应独立考虑。冷弯薄壁型钢构件的残余应力分布较复杂且小于钢材屈服强度的 7%,因此残余应力和冷弯效应的影响均可不考虑。

### 1.3 试验装置、测点布置及加载制度

试验采用 WAW3100W 微机控制电液伺服万能试验机施加竖向荷载,通过 DH3820 静态应变测试系统采集应变和位移数据。试验加载装置如图 3 所示。应变片及位移计的布置情况如图 4 所示,其中  $l$  为试件长度,位移计 D5 架设在端板以监测试验机的轴向位移。

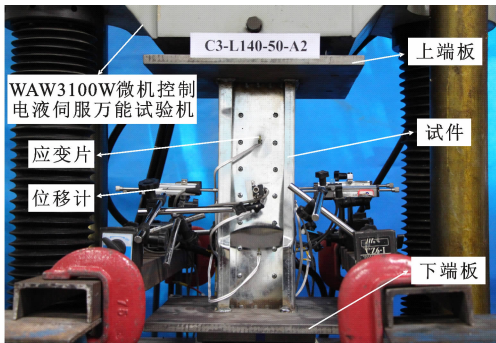


图 3 加载装置  
Fig. 3 Test set-up

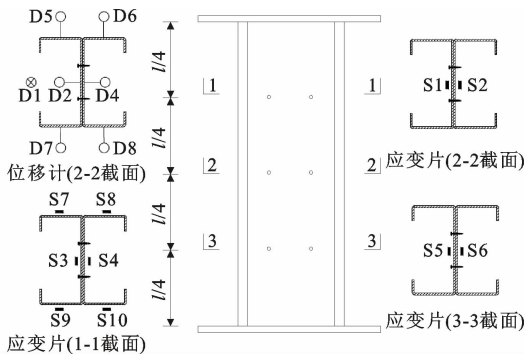


图 4 测点布置  
Fig. 4 Arrangement of measuring points

### 1.4 试验现象及试验结果

#### 1.4.1 试验现象

图 5 为 C3-L120 及 C3-L140 试件的破坏形式,所有试件均按设计预期发生局部屈曲破坏。C3-L120 系列试件的破坏过程基本一致。螺钉间距为 45、90、150 mm 的试件分别在加载至 50、45、42 kN 时,在拼合腹板上观察到若干屈曲半波。随着荷载增加,腹板和翼缘的弯曲变形愈加明显,翼缘-腹板交点与翼缘-卷边交点位置保持不变,试件呈明显的局部屈曲变形特征。达到极限荷载后,试件均发生弯折破坏。

螺钉间距为 50、100、150 mm 的 C3-L140 系列试件分别在荷载达到 38、35、30 kN 时出现局部屈曲现象,拼合腹板的变形方向、幅值均一致。随着荷载增加,试件的局部屈曲变形愈加明显。当加载至

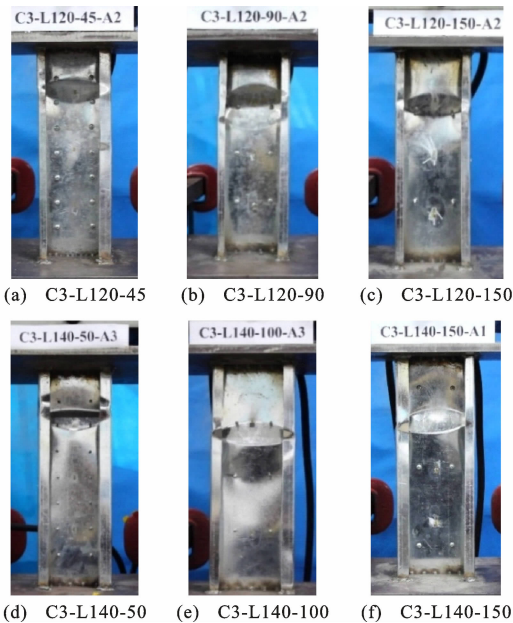


图 5 C3-L120 及 C3-L140 系列试件破坏形式

**Fig. 5 Failure modes of C3-L120 and C3-L140 specimens**  
极限荷载时,试件的薄弱截面因变形过大出现弯折区域。

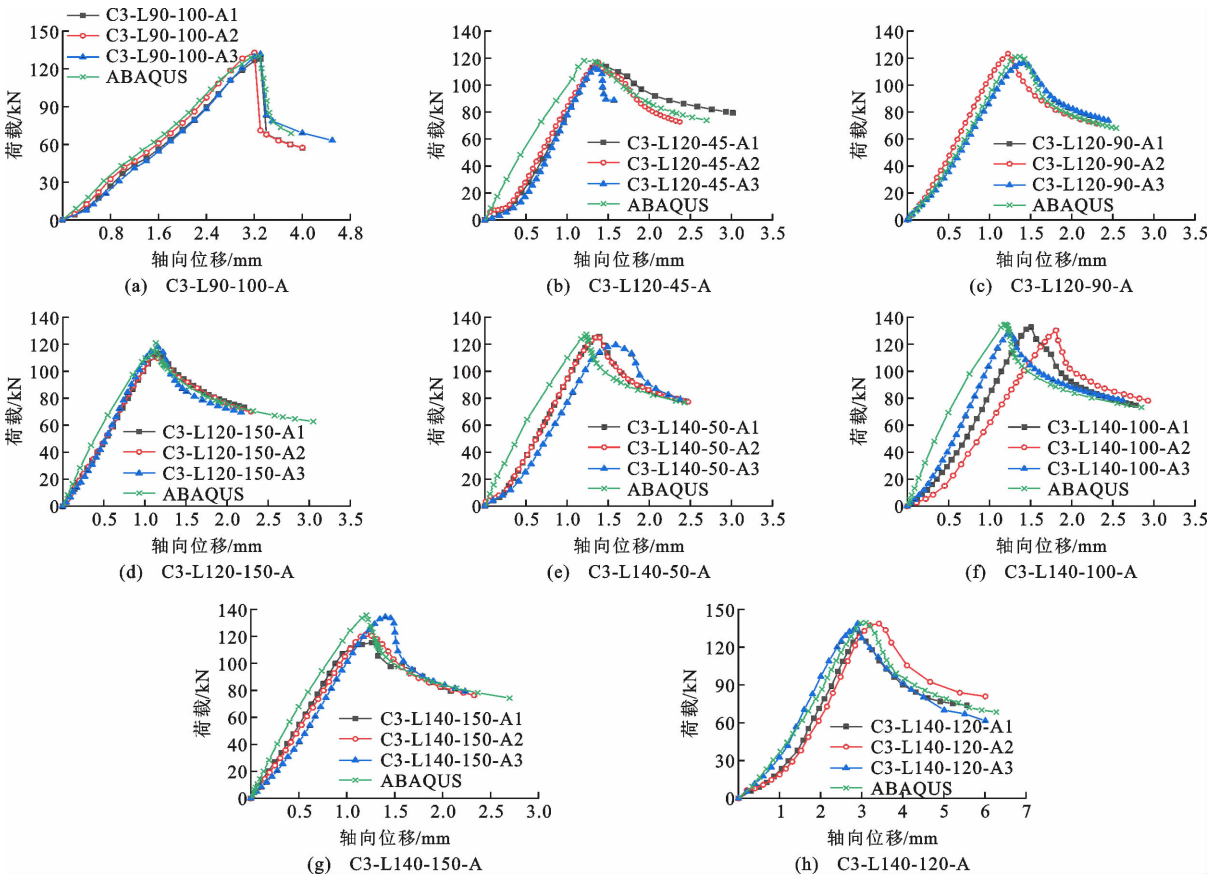


图 6 试件的荷载-轴向位移曲线

**Fig. 6 Load-axial displacement curves of specimens**

1.4.2 试验结果

试件的荷载-轴向位移曲线见图 6。可以看出,各试件的荷载-轴向位移曲线变化趋势基本一致。加载初始阶段,试件保持直立,荷载-轴向位移曲线较光滑,刚度无明显变化;接近极限荷载时,荷载-轴向位移曲线呈非线性增长;达到极限荷载后,荷载-轴向位移曲线表现出非线性下降趋势,刚度和荷载迅速下降,轴向位移变化明显加剧。C3-L140-150-A1 试件的极限承载力明显低于该组其他 2 个重复试件,说明该试件受加工和焊接误差影响,具有较大的初始缺陷。其余每组试件的荷载-轴向位移曲线在加载初始阶段、接近极限荷载阶段和破坏阶段无明显差异,表明试验具有较好的可重复性。

承载力试验结果见表 2。由表 2 可以看出,螺钉纵向间距对背靠背截面拼合短柱的极限承载力影响在 10% 以内,表明改变螺钉间距对试件的极限承载力影响很小。

2 有限元分析

用 ABAQUS 数值模拟软件对背靠背截面拼合

表 2 试件的实际尺寸及承载力

Table 2 Measured dimension and bearing capacity of specimens

试件编号	柱长 $l$ / mm	$h$ / mm	$b_1$ / mm	$b_2$ / mm	$d_1$ / mm	$d_2$ / mm	$t$ / mm	试验承载力 $P_{\text{ut}}/\text{kN}$	有限元承载力 $P_{\text{ua}}/\text{kN}$
C3-L120-45-A1	367.00	122.0	47.0	46.0	19.0	11.0	1.22	113.75	117.89
		123.0	46.0	45.0	13.5	16.0	1.18		
C3-L120-45-A2	376.25	121.0	45.0	45.5	12.5	13.5	1.21	116.43	
		123.0	46.0	45.5	11.0	18.0	1.18		
C3-L120-45-A3	368.00	122.0	44.5	47.0	13.5	14.0	1.21	112.42	
		122.0	46.0	45.0	12.5	14.0	1.19		
C3-L120-90-A1	364.00	121.0	46.0	45.0	13.0	15.0	1.22	123.33	125.32
		122.0	46.0	45.5	14.0	12.0	1.22		
C3-L120-90-A2	378.00	123.0	47.0	45.5	12.5	18.5	1.17	116.55	
		124.0	45.0	45.5	15.0	12.5	1.17		
C3-L120-90-A3	371.25	122.0	47.0	46.0	13.5	11.0	1.18	121.29	
		122.0	45.0	46.5	14.0	12.5	1.17		
C3-L120-150-A1	369.25	121.0	45.0	46.5	12.0	14.0	1.22	113.48	120.86
		122.0	45.5	46.0	13.0	13.0	1.18		
C3-L120-150-A2	374.50	122.0	45.5	45.0	13.5	12.5	1.15	111.25	
		124.0	46.0	45.5	15.0	12.5	1.17		
C3-L120-150-A3	363.00	121.0	46.0	47.0	15.0	12.0	1.22	118.11	
		122.0	46.0	45.5	13.5	14.0	1.17		
C3-L140-50-A1	420.25	141.5	51.5	52.5	23.3	19.4	1.20	125.62	134.86
		141.0	51.0	52.0	23.0	19.1	1.20		
C3-L140-50-A2	419.75	142.5	51.5	52.5	23.3	19.4	1.20	125.62	
		142.0	51.5	52.5	23.3	19.4	1.20		
C3-L140-50-A3	420.00	142.0	51.0	52.0	23.0	19.1	1.20	119.65	
		141.5	52.0	53.0	23.5	19.6	1.20		
C3-L140-100-A1	419.50	142.5	52.5	53.5	23.8	19.9	1.20	132.72	136.42
		142.0	52.0	53.0	23.5	19.6	1.20		
C3-L140-100-A2	417.50	142.0	52.0	53.0	23.0	19.6	1.20	132.44	
		142.0	52.0	53.0	23.5	19.6	1.20		
C3-L140-100-A3	419.50	142.0	52.0	53.0	23.0	19.6	1.20	127.28	
		143.0	53.0	54.0	24.0	20.1	1.20		
C3-L140-150-A1	420.00	142.5	52.5	53.5	23.8	19.9	1.20	115.51	135.56
		142.0	51.5	52.5	23.3	19.4	1.20		
C3-L140-150-A2	419.50	143.0	52.0	50.0	23.5	19.6	1.20	122.00	
		143.0	52.0	53.0	23.5	19.6	1.20		
C3-L140-150-A3	419.75	142.0	49.0	50.0	22.0	18.1	1.20	135.00	
		141.0	50.0	51.0	22.5	18.6	1.20		
C3-L90-100-A1	300.00	93.8	41.3	42.7	14.0	14.5	1.20	127.70	130.16
		92.8	43.0	41.8	14.8	15.0	1.20		
C3-L90-100-A2	300.00	93.8	41.9	42.1	15.1	14.2	1.20	132.80	
		93.8	41.8	42.2	14.8	15.5	1.20		
C3-L90-100-A3	300.00	95.1	42.8	42.2	14.7	17.2	1.20	131.60	
		94.8	43.8	42.1	14.1	15.2	1.20		



柱进行有限元分析。选择壳单元 S4R 模拟基本构件,选择实体单元 C3D8R 模拟螺钉。根据拼合构件的实际尺寸绘制螺钉和基本构件的截面模型,利用螺钉与构件的相对位置确定螺钉孔的位置。试件的材料属性依据表 1 取值,螺钉的材料属性以生产厂商提供的试验数据为依据,泊松比取 0.3,屈服强度取 650 MPa,抗拉强度取 1 000 MPa,弹性模量取  $2.06 \times 10^5$  MPa。板间摩擦对计算结果的影响很小,为提高计算效率,切向约束定义为无摩擦,C 形截面分肢之间设置为面面接触。与板件的变形相比,螺钉与螺钉孔之间的相对转动非常小,可忽略不计,为避免收敛困难,用 Tie 命令约束螺钉连接处的位移自由度与转动自由度。试件与端板绑定,加载端设置参考点与端板耦合。线性分析阶段在加载端参考点施加单位荷载,非线性分析阶段在参考点施加位移荷载,建立的有限元模型如图 7 所示。

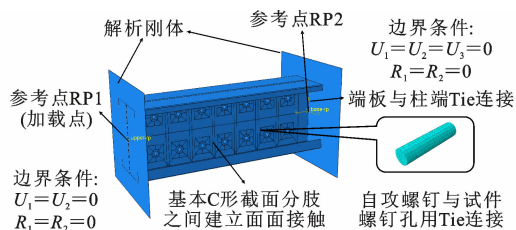


图 7 有限元模型

Fig. 7 Finite element model

为验证有限元模型的可靠性,依据表 2 所示的试件实际尺寸建立模型。典型试件的极限荷载有限元分析结果与试验结果对比见表 2,由有限元分析得到的典型试件破坏形态见图 8,试件荷载-轴向位移曲线对比见图 6。通过对比分析可知,有限元分析结果与试验结果的相对误差在 10% 以内,且有限元模拟与试验试件的破坏形态接近,说明建立的有限元模型具有较高的可靠性。

### 3 屈曲后应力计算

#### 3.1 计算模型与基本假定

将背靠背拼合截面短柱翼缘对腹板的支撑约束作用简化为铰接的边界条件,拼合腹板可被视为如图 9 所示的四边简支螺钉拼合薄钢板。由于板件之间的剪切滑移变形及螺钉的约束作用,通常会出现如图 10 所示的协调屈曲和分层屈曲两种变形模式。构件失稳常以最不利的破坏模式出现。由于分层屈曲实际为协调屈曲的高阶屈曲模态,在大量试验中最终呈现的屈曲现象也是以协调屈曲为主<sup>[8]</sup>,故对螺钉拼合薄钢板发生协调屈曲变形时的屈曲后应力

进行分析计算,满足工程设计需要。

图 11 给出了拼合板发生屈曲协调变形时的屈曲后应力计算模型,模型通过自攻螺钉连接 2 个几何尺寸一致的单板。自攻螺钉沿  $x$  方向等间距布置,纵向间距为  $e_1$ ,横向间距为  $e_2$ ,两侧螺钉距端部  $e_1/2$ 。板长为  $a$ ,宽为  $b$ ,板厚为  $t$ 。在两板交界面建立  $xyz$  坐标系以便于分析。

由于板屈曲后的挠度远小于板的幅面尺寸,故建立方程时除必须考虑薄膜应力外,关于小挠度理论的基本假定<sup>[1]</sup>仍然适用:

(1) 由于板很薄,微元体上的应力  $\sigma_z$ 、 $\tau_{xz}$  和  $\tau_{zy}$  远小于  $\sigma_x$ 、 $\sigma_y$  和  $\tau_{xy}$ ,因此产生的正应变  $\epsilon_z$  和剪应变  $\gamma_{xz}$ 、 $\gamma_{zy}$  可忽略不计。由于忽略了正应变  $\epsilon_z$ ,可以用板中面的挠度代表板沿厚度方向任一点的挠度。

(2) 两分肢单板的平面外变形大小方向均一致。

(3) 自攻螺钉对板的剪切变形约束作用简化为如图 12 所示的假想剪切体对拼合板剪切滑移变形的约束作用,其仅发生剪切变形,抗剪刚度为  $K_L$ 。

(4) 忽略自攻螺钉处开孔对板件承载力及稳定性的影响,忽略板件的初始挠度。

根据第一条假定,板的受力属于平面应力问题;根据第二条假定,对模型中两板的平面外变形进行统一描述;根据第三条假定,由假想剪切体势能的改变量考虑自攻螺钉约束作用对拼合板总势能的影响;根据第四条假定,忽略自攻螺钉处板件开孔和初始挠度对拼合板总势能的影响。

#### 3.2 微元体应力与剪切滑移变形

图 13 为发生屈曲变形后  $Oxz$  和  $Oyz$  平面微元体的变形情况,其中  $u_{s0}$ 、 $v_{s0}$  分别为上体元分别沿坐标系  $x$  方向和  $y$  方向的位移,  $u_{x0}$ 、 $v_{x0}$  分别为下体元分别沿坐标系  $x$  方向和  $y$  方向的位移。上下两体元沿  $z$  轴产生的挠度为  $\omega$ 。

需要注意的是,由于中面力产生的中面位移以及因板的挠度产生的挠度增量,板弯曲后微元体上任意点的位移在  $x$  和  $y$  方向的位移由两部分组成。

由图 13 和假定(1)可得,上下体元任意点的位移如式(1)~(4)所示。

$$u_s = u_{s0} - (z_1 + \frac{t}{2}) \frac{\partial \omega}{\partial x} + \frac{\partial u_{s0}}{\partial x} dx \quad (1)$$

$$v_s = v_{s0} - (z_1 + \frac{t}{2}) \frac{\partial \omega}{\partial y} + \frac{\partial v_{s0}}{\partial y} dy \quad (2)$$

$$u_x = u_{x0} - (z_1 - \frac{t}{2}) \frac{\partial \omega}{\partial x} + \frac{\partial u_{x0}}{\partial x} dx \quad (3)$$

$$v_x = v_{x0} - (z_1 - \frac{t}{2}) \frac{\partial \omega}{\partial y} + \frac{\partial v_{x0}}{\partial y} dy \quad (4)$$

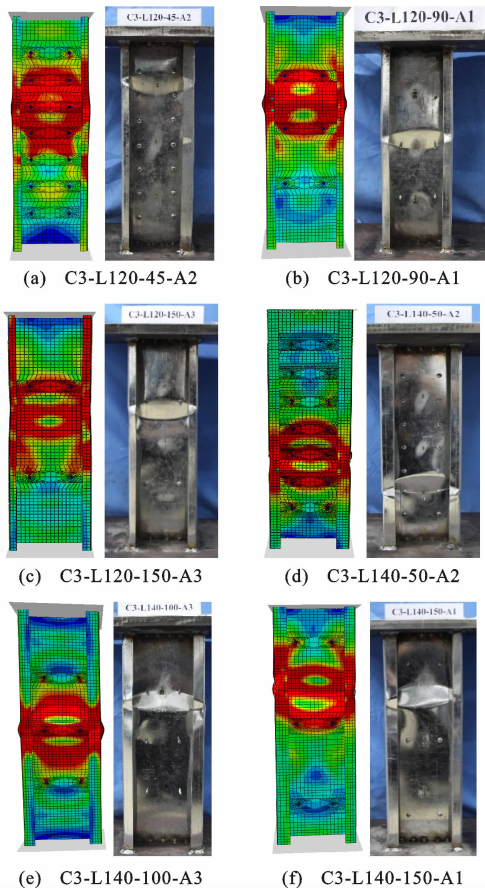


图 8 试验与有限元破坏形态对比

Fig. 8 Comparison of failure form between test and numerical analysis

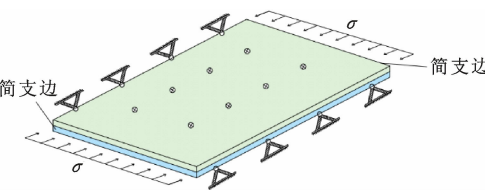


图 9 四边简支螺钉拼合薄钢板

Fig. 9 Simply supported screw built-up thin steel plate

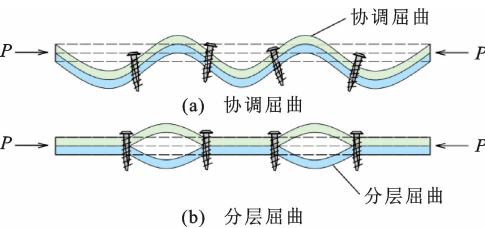


图 10 四边简支螺钉拼合薄钢板的变形模式

Fig. 10 Deformation mode of simply supported screw built-up thin steel plate

式中： $u_s$  和  $v_s$  分别为上体元沿整体坐标系  $x$  方向和  $y$  方向的位移； $z_1$  为沿随动坐标系  $z'$  方向的坐标； $u_x$  和  $v_x$  分别为下体元沿整体坐标系  $x$  方向和  $y$  方向

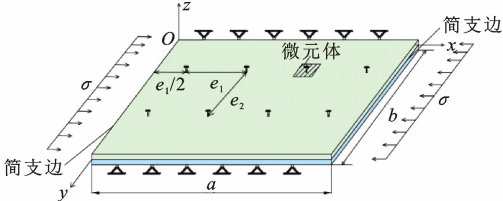


图 11 计算模型

Fig. 11 Calculation model

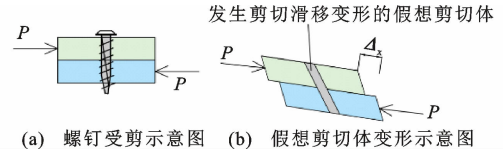


图 12 假想剪切体示意图

Fig. 12 Schematic diagram of hypothetical shear body

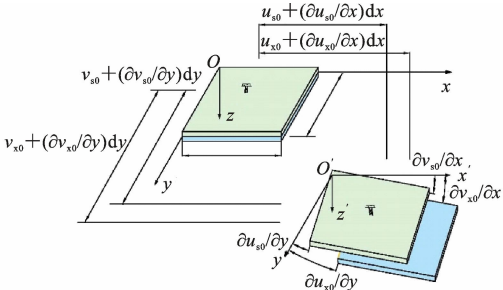


图 13 微元体变形图

Fig. 13 Deformation of microelements

的位移。

式(5)~式(8)为由胡克定律得到的各体元中面任意一点的正应力。

$$\sigma_{xs} = \frac{E}{1-\nu^2} (\epsilon_{xs} + \nu\epsilon_{ys}) \quad (5)$$

$$\sigma_{ys} = \frac{E}{1-\nu^2} (\epsilon_{ys} + \nu\epsilon_{xs}) \quad (6)$$

$$\sigma_{sx} = \frac{E}{1-\nu^2} (\epsilon_{sx} + \nu\epsilon_{yx}) \quad (7)$$

$$\sigma_{yx} = \frac{E}{1-\nu^2} (\epsilon_{yx} + \nu\epsilon_{sx}) \quad (8)$$

式中： $\sigma_{xs}$ 、 $\sigma_{ys}$  分别为上体元沿  $x$  和  $y$  方向的正应力； $\sigma_{sx}$ 、 $\sigma_{yx}$  分别为下体元沿  $x$  和  $y$  方向的正应力； $\epsilon_{xs}$ 、 $\epsilon_{ys}$  分别为上体元因中面位移和挠度产生的  $x$  方向和  $y$  方向的轴向应变之和； $\epsilon_{sx}$  和  $\epsilon_{yx}$  分别为下体元沿  $x$ 、 $y$  方向的轴向应变； $E$  为板件的弹性模量； $\nu$  为泊松比。

以上体元为例，因薄膜应变产生的位移增量使中面产生的剪应变为  $\frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x}$ ，因挠度  $w$  产生的剪应变为  $\frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y}$ 。各体元的剪应变由薄膜应变和板的

挠度  $\omega$  产生,上、下体元任意一点的剪应变  $\gamma_{xys}$ 、 $\gamma_{xyx}$  的计算公式分别如式(9)和式(10)的所示。由胡克定律可得上下体元的剪应力  $\tau_{xys}$ 、 $\tau_{xyx}$  的计算公式分别如式(11)和式(12)所示。

$$\gamma_{xys} = \frac{\partial u_{s0}}{\partial y} + \frac{\partial v_{s0}}{\partial x} + \frac{\partial \omega}{\partial x} \frac{\partial \omega}{\partial y} \quad (9)$$

$$\gamma_{xyx} = \frac{\partial u_{x0}}{\partial y} + \frac{\partial v_{x0}}{\partial x} + \frac{\partial \omega}{\partial x} \frac{\partial \omega}{\partial y} \quad (10)$$

$$\tau_{xys} = G\gamma_{xys} \quad (11)$$

$$\tau_{xyx} = G\gamma_{xyx} \quad (12)$$

式中:  $G$  为材料的剪切模量,  $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$ 。

上下体元除自身发生变形外,其连接界面处还发生了剪切滑移变形,该剪切滑移变形可分解为沿  $x$  轴的变形  $\Delta_x$  和沿  $y$  轴的变形  $\Delta_y$ ,如式(13)、(14)所示。

$$\Delta_x = u_x|_{z_1=0} - u_s|_{z_1=0} = 0 \quad (13)$$

$$\Delta_y = v_x|_{z_1=0} - v_s|_{z_1=0} = 0 \quad (14)$$

### 3.3 势能表达式

根据能量守恒原理,两单板弯曲势能之和  $U_1$ 、各剪切体势能之和  $U_2$ 、外力势能之和  $W$  的关系<sup>[1]</sup>如式(15)~(18)所示。

$$\int_V \sigma_{ij} \epsilon_{ij} dV = U_1 + U_2 = W \quad (15)$$

$$U_1 = \iiint_{V_s} (\sigma_{xs} \epsilon_{xs} + \sigma_{ys} \epsilon_{ys} + \tau_{xys} \gamma_{xys}) dx dy dz + \iiint_{V_x} (\sigma_{xx} \epsilon_{xx} + \sigma_{yx} \epsilon_{yx} + \tau_{xyx} \gamma_{xyx}) dx dy dz \quad (16)$$

$$U_2 = \frac{K_L}{2} \sum_{i=1}^n \int_{A_{si}} (\Delta_x^2 + \Delta_y^2) dA_{si} \quad (17)$$

$$W = \frac{\sigma}{2} \left[ \int_{V_s} \frac{\partial u_s}{\partial x} + \left( \frac{\partial \omega}{\partial x} \right)^2 dV_s + \int_{V_x} \frac{\partial u_x}{\partial x} + \left( \frac{\partial \omega}{\partial x} \right)^2 dV_x \right] \quad (18)$$

式中:  $V_1$ 、 $V_2$  分别为上、下单板的体积;  $A_{si}$  为第  $i$  个自攻螺钉的横截面面积;  $n$  为自攻螺钉的数量;  $K_L$  为反映阻止各分枝板件间沿连接界面发生错动变形能力的广义刚度参数;  $\sigma_{ij}$  和  $\epsilon_{ij}$  分别为微元体受到的压应力和压应变;  $V_s$ 、 $V_x$  分别为上、下单板的体积。

冷弯薄壁型钢背靠背截面构件通过自攻自钻螺钉连接,构件截面并不是统一的完整截面,螺钉对板件具有约束作用且板件之间存在剪切滑移变形。为探究 ST4.8 自攻自钻螺钉的抗剪性能,开展了螺钉剪切试验<sup>[20]</sup>。板厚为 1.2 mm,螺钉直径为 4.8 mm 时,螺钉连接板的抗剪承载力为 4.32 kN,抗剪刚度

为 36.87 MPa。

### 3.4 四边简支螺钉拼合薄钢板的屈曲后应力

式(19)~(21)为四边简支拼合板的几何及自然边界条件,同时满足该边界条件的挠度函数如式(22)所示。将式(22)代入式(1)~(4),可得满足上下单板中面边界条件的位移函数,并将其代入式(15)。考虑到实际中拼合板的屈曲半波数  $m$  为整数,  $\sin(m\pi) = 0$ ,  $\cos(m\pi) = 1$ ,忽略待定常数的高阶项,得到总势能  $\Pi$  的表达式(23)。

$$\omega|_{x=0, x=a, y=0, y=b} = 0 \quad (19)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial x^2} \Big|_{x=0, x=a, y=0, y=b} = 0 \quad (20)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial y^2} \Big|_{x=0, x=a, y=0, y=b} = 0 \quad (21)$$

$$\omega = C_1 \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{\pi y}{b}\right) \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \Pi = & \eta_1 C_1^2 + \eta_2 C_1 C_2 + \eta_3 C_1 C_3 + \eta_4 C_1 C_4 + \eta_5 C_1 C_5 + \\ & \eta_6 C_2^2 + \eta_7 C_2 C_3 + \frac{1}{2} \eta_7 C_3^2 + \eta_8 C_4^2 + \frac{\eta_4}{t} C_4 C_5 + \frac{\eta_5}{2t} C_5^2 \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \text{式中: } \eta_1 = & \frac{(17b^4 m^4 + 34a^2 b^2 m^2 \nu + 17)E\pi^4 t^3}{48a^3 b^3 (1-\nu^2)} + \\ & \frac{nK_L \pi^2 t^2 (b^2 m^2 + a^2)}{8a^2 b^2} + \frac{\sigma t m^2 b \pi^2}{2a}; \\ \eta_2 = & \frac{(-b^4 m^2 - a^2 b^2 \nu)E\pi^4 m^3 t^2}{(1-\nu^2)a^3 b} - \frac{nK_L \pi^2 m^2 t}{4a^2}; \\ \eta_3 = & \frac{nK_L \pi^2 m^2 t}{4a^2}, \eta_4 = -\frac{nK_L \pi^2 t}{4b^2}, \eta_5 = \frac{nK_L \pi^2 t}{4b^2}; \\ \eta_6 = & \frac{(1152Eb^2 m^2 - 288Ga^2 \nu^2 + 288Ga^2)\pi^2 m^2 t}{1152a^3 b(1-\nu)} + \\ & \frac{nK_L \pi^2 m^2}{8a^2}; \eta_7 = \frac{nK_L \pi^2 m^2}{4a^2}; \eta_8 = \frac{E\pi^4 m^2 t}{ab(1-\nu^2)} + \frac{nK_L \pi^2}{8b^2}. \end{aligned}$$

系统总势能对  $C_i$  ( $i=1, 2, 3, 4, 5$ ) 的一阶导数为 0 [式(24)~(28)], 待定系数  $C_i$  ( $i=1, 2, 3, 4, 5$ ) 有解的条件为系数行列式等于 0, 由此可解得四边简支螺钉拼合薄钢板的屈曲后应力  $\sigma_u$ 。但求解过程过于复杂, 不适于指导设计实践。为便于计算, 根据自攻螺钉总约束作用近似相等的原则, 将离散的螺钉约束作用连续化, 化简整理后得到  $\sigma_u$  的表达式, 如式(29)所示。

$$\frac{\partial \Pi}{\partial C_1} = 2\eta_1 C_1 + \eta_2 C_2 + \eta_3 C_3 + \eta_4 C_4 + \eta_5 C_5 = 0 \quad (24)$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial C_1} = 2\eta_1 C_1 + \eta_2 C_2 + \eta_3 C_3 + \eta_4 C_4 + \eta_5 C_5 = 0 \quad (25)$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial C_3} = \eta_3 C_1 + \eta_7 C_2 + \eta_7 C_3 = 0 \quad (26)$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial C_4} = \eta_4 C_1 + 2\eta_8 C_4 + \frac{\eta_4}{t} C_5 = 0 \quad (27)$$



$$\frac{\partial \Pi}{\partial C_5} = \eta_5 C_1 + \frac{\eta_4}{t} C_4 + \frac{\eta_2}{t} C_5 = 0$$

(28)

$$\sigma_u = k \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{at}{b}\right)^2$$

(29)

$$k = \left(\frac{mb}{a} + \frac{a}{mb}\right)^2$$

(30)

$$a^2 = -17Et^3\pi^4\alpha_1(m^4b^4 + 2a^2b^2m^2\nu + a^4) + (\nu - 1)ab \cdot [6K_Ln\pi^2t^2\alpha_1(a^2 + b^2m^2) + a^2b^2\alpha_2]/(25Ek\pi^4a^2b^2m^2t^3\alpha_1)$$

(31)

$$\alpha_1 = 2\eta_6\eta_7 - \eta_7^2$$

(32)

$$\alpha_2 = 24\eta_2^2\eta_7 - 24\eta_5\eta_7^2t - 48\eta_2\eta_3\eta_7 + 48\eta_3^2\eta_6 + 48\eta_5\eta_6\eta_7t$$

(33)

式中: $k$  为四边简支板的稳定系数; $a^2$  为反映螺钉约束作用和剪切滑移作用的影响系数。

#### 4 计算方法验证

冷弯薄壁型钢构件的极限荷载与边缘纤维屈服荷载非常接近,且初始缺陷对边缘屈服荷载无较大影响,因此可将无缺陷板的边缘纤维屈服荷载看作极限荷载<sup>[1]</sup>。参照此准则对发生屈曲变形的螺钉拼合板进行分析,即板件达到极限荷载时,边缘纤维的中面应力等于屈曲后应力。为验证本文理论分析的正确性,将本文试验的 21 根背靠背拼合截面短柱的屈曲后应力的计算值  $\sigma_{uc}$  与试件达到极限荷载时截面的平均应力试验值  $\sigma_{ut}$  ( $\sigma_{ut} = P_{ut}/A$ ,  $A$  为试件横截面面积)以及有限元结果进行对比,见图 14。当螺钉拼合薄钢板的宽厚比  $96 < b/t < 110$  时,式(29)计算结果与试验和有限元结果吻合较好。为扩大推导公式的适用范围,将复杂边界条件的影响转化为修正的四边简支板稳定系数  $k'$ ,对式(29)进行修正,具体见式(34)~(36),相关统计分析结果见表 3。

$$k' = \eta k$$

(34)

$$\eta = 1.781 \times 10^{-5} \left(\frac{b}{t}\right)^3 - 0.00492 \left(\frac{b}{t}\right)^2 + 0.4515 \frac{b}{t} - 12.845$$

(35)

$$\sigma_u = k' \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{at}{b}\right)^2$$

(36)

由表 3 及图 14 可知,式(36)可以较好地反映板件宽厚比  $b/t$  与屈曲后应力  $\sigma_u$  的关系。腹板宽厚比是影响螺钉拼合薄钢板临界屈曲后应力的重要因素,螺钉拼合薄钢板的屈曲后应力随板件宽厚比的增大显著降低。当螺钉拼合薄钢板的宽厚比  $76 < b/t < 124$  时,误差平均值为 0.007,标准差为 0.055,误差较小,离散性低,说明本文建议的计算方法在此

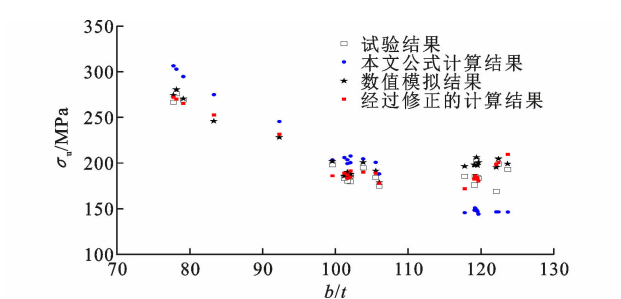


图 14 计算值与试验值的对比  
Fig. 14 Comparison of calculated and test values

表 3  $\sigma_{ut}$  与  $\sigma_{uc}$  的对比  
Table 3 Comparison between  $\sigma_{ut}$  and  $\sigma_{uc}$

试件编号	$b/t$	$\sigma_{ut}/\text{MPa}$	$\sigma_{uc}/\text{MPa}$	$(\sigma_{uc} - \sigma_{ut})/\sigma_{ut}$
C3-L120-45-A1	102.08	179.53	184.55	0.028
C3-L120-45-A2	102.09	185.72	191.23	0.030
C3-L120-45-A3	101.67	180.36	187.15	0.038
C3-L120-90-A1	99.59	198.25	185.95	-0.062
C3-L120-90-A2	105.56	184.30	188.97	0.025
C3-L120-90-A3	103.83	194.53	190.00	-0.023
C3-L120-150-A1	101.25	183.48	188.93	0.030
C3-L120-150-A2	106.03	174.78	177.78	0.017
C3-L120-150-A3	101.67	188.76	183.27	-0.029
C3-L140-50-A1	119.20	185.38	185.80	0.002
C3-L140-50-A2	119.54	184.20	182.81	-0.008
C3-L140-50-A3	119.12	175.82	182.36	0.037
C3-L140-100-A1	123.70	193.12	209.62	0.085
C3-L140-100-A2	122.42	198.80	200.51	0.009
C3-L140-100-A3	117.77	185.52	171.93	-0.073
C3-L140-150-A1	122.10	168.79	198.35	0.175
C3-L140-150-A2	119.67	183.32	180.16	-0.017
C3-L140-150-A3	119.41	202.85	184.28	-0.092
C3-L90-100-A1	77.75	266.49	272.14	0.021
C3-L90-100-A2	78.17	276.09	270.06	-0.022
C3-L90-100-A3	79.13	269.07	265.11	-0.015

范围内合理有效,具有较好的准确性。常用的背靠背截面拼合柱腹板宽度为 90~140 mm,因此本文公式足以对常用的背靠背拼合柱的屈曲后应力进行精确计算。

#### 5 结 语

(1)所有试件均发生局部屈曲破坏,自攻螺钉纵向间距对背靠背截面短柱的极限承载力影响很小。本文建立的有限元模型具有较高的准确性。

(2)当板件宽厚比  $76 < b/t < 124$  时,本文提出修正的四边简支螺钉拼合薄钢板屈曲后应力解析式合理可靠。

(3)螺钉拼合薄钢板的屈曲后应力随板件宽厚比的增大显著降低,表明宽厚比是影响螺钉拼合薄钢板临界屈曲后应力的重要因素。

(4)本文提出的螺钉拼合薄钢板屈曲后应力解析式可对常见尺寸的螺钉拼合薄钢板屈曲后应力进行准确预测。当宽厚比  $b/t < 76$  或  $b/t > 124$  时,螺钉拼合薄钢板的屈曲后应力计算仍需进一步研究。

## 参考文献:

## References:

- [1] 陈 骥. 钢结构稳定理论与设计[M]. 5版. 北京:科学出版社,2011.  
CHEN Ji. Stability of steel structures theory and design[M]. 5th ed. Beijing: Science Press, 2011.
- [2] TIMOSHENKO S. Theory of elastic stability[M]. 2nd ed. New York: McGraw-hill, 1961.
- [3] 路 延,周天华,李文超,等. 冷弯薄壁受压C形截面局部屈曲荷载和承载力[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2017,49(6):72-76.  
LU Yan, ZHOU Tianhua, LI Wenchao, et al. The critical local buckling load and ultimate strength of cold-formed thin-walled C-sections under axial compression[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2017, 49(6): 72-76.
- [4] 姚行友,李元齐,郭彦利. 冷弯薄壁型钢卷边槽形截面构件非线性畸变屈曲承载力计算方法[J]. 中南大学学报(自然科学版),2015,46(8):3067-3074.  
YAO Xingyou, LI Yuanqi, GUO Yanli. Nonlinear distortional-buckling strength estimation of cold-formed thin-walled steel members with lipped channel section[J]. Journal of Central South University (Science and Technology), 2015, 46(8): 3067-3074.
- [5] 姚行友,李 潇. 冷弯薄壁型钢拼合工字形截面柱畸变屈曲及相关屈曲轴压性能试验与直接强度法研究[J]. 建筑钢结构进展,2021,23(12):33-46.  
YAO Xingyou, LI Xiao. Tests and direct strength method on the distortional buckling and interactive buckling of cold-formed thin-walled steel built-up I-section columns under axial compression[J]. Progress in Steel Building Structures, 2021, 23(12): 33-46.
- [6] 李艳春,周天华,丁嘉豪,等. 冷弯薄壁型钢拼合箱形柱的畸变屈曲性能研究[J]. 湖南大学学报(自然科学版),2021,48(11):91-100.  
LI Yanchun, ZHOU Tianhua, DING Jiahao, et al. Investigation on distortion buckling behavior of cold-formed thin-walled steel built-up box-section columns [J]. Journal of Hunan University (Natural Sci-

ences), 2021, 48(11): 91-100.

- [7] 周天华,李艳春,吴函恒,等. 冷弯薄壁型钢拼合箱形截面短柱承载力叠加法[J]. 湖南大学学报(自然科学版),2020,47(11):46-55.  
ZHOU Tianhua, LI Yanchun, WU Hanheng, et al. Superposition method for bearing capacity of cold-formed thin-walled steel built-up box section short columns[J]. Journal of Hunan University (Natural Sciences), 2020, 47(11): 46-55.
- [8] 路 延. 冷弯薄壁型钢双肢开口拼合轴压柱失稳机理和承载力设计方法研究[D]. 西安:长安大学,2018.  
LU Yan. Study on instability mechanism and bearing capacity design method of cold-formed thin-walled steel columns with two-limb split axial compression [D]. Xi'an: Chang'an University, 2018.
- [9] 周天华,聂少锋,刘向斌. 冷弯薄壁型钢开口三肢拼合立柱轴压性能试验研究[J]. 建筑结构学报,2012, 33(3):22-29.  
ZHOU Tianhua, NIE Shaofeng, LIU Xiangbin. Experimental study on cold-formed steel three limbs built-up section members under axial compression [J]. Journal of Building Structures, 2012, 33(3): 22-29.
- [10] LIAO F F, WU H H, WANG R Z, et al. Compression test and analysis of multi-limbs built-up cold-formed steel stub columns[J]. Journal of Constructional Steel Research, 2017, 128: 405-415.
- [11] 靳璐君. 冷弯薄壁型钢C形/Z形/帽形截面轴压构件局部屈曲临界荷载统一计算方法[D]. 兰州:兰州大学,2020.  
JIN Lujun. Unified calculation method of local buckling critical load of cold-formed thin-walled steel members with C-shaped/Z-shaped/hat-shaped sections under axial compression[D]. Lanzhou: Lanzhou University, 2020.
- [12] ROY K, LAU H H, HUON TING T C, et al. Experiments and finite element modelling of screw pattern of self-drilling screw connections for high strength cold-formed steel[J]. Thin-walled Structures, 2019, 145: 106393.
- [13] ROY K, TING T C H, LAU H H, et al. Effect of thickness on the behaviour of axially loaded back-to-back cold-formed steel built-up channel sections-experimental and numerical investigation [J]. Structures, 2018,16: 327-346.
- [14] ROY K, TING T C H, LAU H H, et al. Nonlinear behaviour of back-to-back gapped built-up cold-formed steel channel sections under compression[J].

Journal of Constructional Steel Research, 2018, 147: 257-276.

[15] ZHOU T H, LI Y C, REN L J, et al. Research on the elastic buckling of composite webs in cold-formed steel back-to-back built-up columns — part I: experimental and numerical investigation[J]. Structures, 2021, 30: 115-133.

[16] LI Y C, ZHOU T H, REN L J, et al. Elastic buckling of composite webs in back-to-back cold-formed steel built-up columns — part II: design formula[J]. Structures, 2021, 33: 3515-3525.

[17] MOJTABAEI S M, BECQUE J, HAJIRASOULI-HA I. Local buckling in cold-formed steel moment-resisting bolted connections: behavior, capacity, and design[J]. Journal of Structural Engineering, 2020, 146(9): 04020167.

[18] 钢及钢产品 力学性能试验取样位置及试样制备: GB/T 2975—2018[S]. 北京: 中国标准出版社, 2018. Steel and steel products — location and preparation of samples and test pieces for mechanical testing: GB/T 2975—2018[S]. Beijing: Standards Press of China, 2018.

[19] 金属材料 拉伸试验 第 1 部分: 室温试验方法: GB/T 228.1—2021[S]. 北京: 中国标准出版社, 2021. Metallic materials — tensile testing: part 1: method of test at room temperature: GB/T 228.1—2021[S]. Beijing: Standards Press of China, 2021.

[20] SANG L R, ZHOU T H, ZHANG L, et al. Experimental investigation on the axial compression behavior of cold-formed steel triple-limbs built-up columns with half open section[J]. Thin-walled Structures, 2022, 172: 108913.