

文章编号:1673-2049(2008)03-0108-07

基于有限等参单元的等效平面桁架模型

吴方伯, 韩 松, 尚守平, 张艳军

(湖南大学 土木工程学院, 湖南 长沙 410082)

摘要:针对有限元分析的复杂性,从弹性力学平面应力单元出发,结合无限小单元法和有限单元法,提出了等效平面桁架模型。基于平面应力单元和等效桁架单元在同样节点荷载下的位移等效,分析了等效后桁架杆件的初始刚度、截面面积及等效弹性模量等特征值;建立了等效平面桁架模型的单元刚度矩阵、应变矩阵和单元的轴力矩阵;给出了等效平面桁架模型的分离式模型,分析了非规则带钢筋的四边形等参单元,建立了等参单元等效平面桁架模型的单元刚度矩阵。以某混凝土简支梁和混凝土重力坝作为研究对象,将等效桁架模型与有限元分析软件 ANSYS 9.0 的计算结果做比较。结果表明,等效桁架模型对平面问题的处理可以满足工程精度的要求,同时使计算模型简单化,体现了等效平面桁架模型的科学性。

关键词:有限元法;平面应力单元;等效平面桁架模型;等参变换;钢筋混凝土结构

中图分类号:TU375.5

文献标志码:A

Equivalent Plane Truss Model Based on Finite Isoparametric Element

WU Fang-bo, HAN Song, SHANG Shou-ping, ZHANG Yan-jun

(School of Civil Engineering, Hunan University, Changsha 410082, Hunan, China)

Abstract: In order to solve the complexity of finite element method (FEM), embarking from the plane stress element in the elastic mechanics, infinite element method and finite element method were unioned, an equivalent plane truss model was proposed. Based on the equivalent of displacement between the plane stress element and the equivalent plane truss element, the equivalent element rigidity, equivalent section area of the truss bar and characteristic values of equivalent elastic module were analyzed. The element stiffness matrix, strain matrix and axis matrix of the equivalent truss model were built. Authors put forward the separate model of equivalent plane truss model, analyzed the common non-normal quadrilateral isoparametric element with the rebar, set up the isoparametric element stiffness matrix. A cantilever and a dam were researched, comparing the results which got from the equivalent plane truss model with that of finite element analysis software ANSYS 9.0. The results show that this model is feasible to analyze plane stress problem, it can satisfy the requirements of engineering precision. Meanwhile, the calculation model of the structure can be simplified, these adequately prove the scientificity of the equivalent plane truss model.

Key words: finite element method; plane stress element; equivalent plane truss model; isoparametric transformation; RC structure

0 引 言

从应用数学的角度考虑,有限单元法的基本思想可以追溯到 Courant^[1]在 1943 年的工作,1960 年 Clough 首次提出了有限单元法的概念^[2],1967 年,NGO 等最早把有限单元法应用于钢筋混凝土结构抗剪分析中^[3]。从数学角度来说,有限单元法是将一个结构或连续体的求解域离散为若干个子域(单元),并通过边界节点连接求解的一种数值计算方法^[4],其理论基础是变分原理和加权余量法。

在有限单元法的应用中,二维平面单元形式主要有三角形、矩形、四边形;但在广义坐标下如何选择有限元位移模式及建立单元的位移插值函数成为传统有限元法的决定因素,有限元解的精确性直接与位移插值函数的选取有关,其模型复杂、计算烦琐,因此,笔者提出了一种新的单元形式——等效平面桁架模型,即把无限小微元体宏观化后全部等效为平面二力杆件。等效平面桁架模型的最大特点是不需要设形函数,无须考虑介质之间的相互作用,可以全程追踪构件或结构的整个受力过程^[5-8]。特别是对于钢筋混凝土结构,根据此单元模型中二力杆件的破坏可以明确地判断钢筋和混凝土的破坏情况。

1 等效平面桁架单元模型

1.1 假定和总体描述

图 1(a)为弹性力学平面应力单元,图 1(b)为与之对应的等效平面桁架模型,本文中对宏观化之后的平面应力单元做以下基本假定:

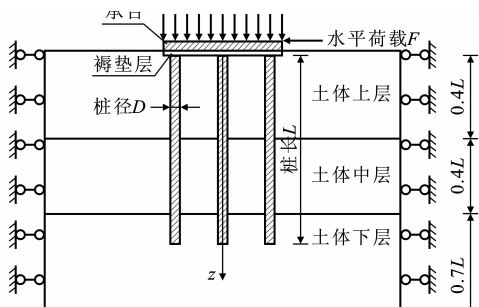


图 1 平面应力单元与等效平面桁架模型
Fig. 1 Plane Stress Element and Equivalent Plane Truss Model

(1) 方形微元体在 x 、 y 方向长度相同,即 $dx = dy = h$,与之对应的等效平面桁架模型的外围杆长也为 h 。 z 方向厚度为 t 。

(2) 微元体在弹性受力阶段,有
$$G = E/[2(1 + \nu)]$$

式中: E 为材料的弹性模量; G 为材料的剪切模量; ν 为材料的泊松比。

(3) 等效平面桁架模型中水平杆和竖向杆的初始刚度相同,为 k_{eq1} ;模型内部 2 根斜杆的初始刚度为 k_{eq2} 。

(4) 在外力作用下计算 x 方向上的变形时,假定两单元 y 方向上的变形相同,这样在计算两单元等效刚度时,省去 y 方向上的变形这一项,反之亦然。

(5) 假定单元尺寸较小,平面应力单元边界应力均匀分布。

由此可知,将一个正方形微元体简化为 4 个节点和 6 根杆件组成的平面桁架体系,由于构成桁架单元的各个杆件均为二力杆,只承受轴力作用,所以使计算过程简单化,也使单元内及单元与单元之间的相互作用更加直观,特别对钢筋混凝土结构无须再考虑两者之间的黏结滑移。只要这个桁架体系的力学性能(线性和非线性)与原来的平面单元相同,则桁架整体就可以看做是由轴向拉压杆组成的集合体,但这这就要求在相同的节点荷载作用下,2 种单元模型在相对应的方向上变形相同。当然在线弹性介质中如何确定桁架杆的弹性模量、截面面积及等效节点荷载是线性分析的首要问题;在非线性分析中,材料的本构关系、破坏准则和非线性解的收敛性问题,成为等效平面桁架模型的验证。

1.2 计算方法

由材料力学的基本原理可知,单元在外力作用下会产生变形,上述 2 种单元的等效荷载-变形关系如图 2 所示。

设图 2 中微元体轴向变形和剪切变形分别为 δ_1 、 δ_2 ,与之对应的等效平面桁架模型轴向变形和剪切变形分别为 δ'_1 、 δ'_2 ,等效计算的条件为在等效节点荷载作用下节点位移相等,即

$$\delta_1 = \delta'_1, \delta_2 = \delta'_2$$

由材料力学、结构力学的基本原理可得桁架体系中杆件的等效初始刚度为

$$\left. \begin{aligned} k_{eq1} &= \frac{Eht}{1+\nu} [\nu + \sqrt{(1+\nu)^2 + 1}] \\ k_{eq2} &= \sqrt{2}htE/[2(1+\nu)] \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

假设等效模型中桁架中杆的受拉强度或受压强度与原平面应力单元对应相同。由于考虑了微元体的弹塑性特性,因此在桁架体系的杆件达到抗压强度之前, x 桁架杆已被拉断,斜杆也退出工作,外力主要由 y 方向杆件承受,因此可得桁架体系中 x 方向和 y 方向杆件的等效面积 A_{eq1} 为原微元体截面面

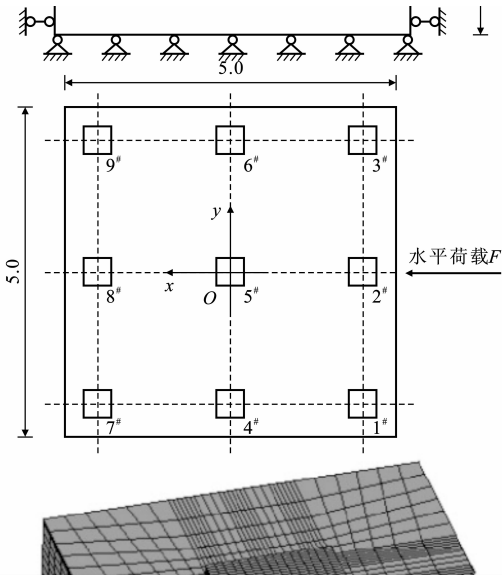


图 2 2 种单元的等效荷载-变形关系

Fig. 2 Equivalent Load and Deformation Relations of Two Elements

积的 1/2;再假设桁架杆的刚度与其面积成正比、与长度成反比,即可得到斜杆的等效面积 A_{eq2}

$$A_{eq1} = ht/2$$

$$A_{eq2} = \sqrt{2}k_{eq2}A_{eq1}/k_{eq1} = \frac{ht}{2[\nu + \sqrt{(1+\nu)^2 + 1}]} \quad (2)$$

由轴向拉压杆单位长度刚度公式 $k_{eq} = E_{eq}A_{eq}$, 可得桁架杆等效弹性模量为

$$E_{eq1} = \frac{2E}{1+\nu}[\nu + \sqrt{(1+\nu)^2 + 1}]$$
$$E_{eq2} = \frac{\sqrt{2}E}{1+\nu}[\nu + \sqrt{(1+\nu)^2 + 1}] \quad (3)$$

式中: E_{eq1} 、 E_{eq2} 分别为外围和内部支撑杆件的等效弹性模量。

由式(1)~(3)可以得到等效平面桁架模型的力学参数,为单元分析提供了基础。

在有限单元法单元分析中,需将单元边界应力转化为单元等效节点力,平面应力单元和平面桁架模型的等效关系如图 3 所示。

单元等效节点力的计算方法为

$$K^e = \frac{1}{2\sqrt{2}h} \begin{bmatrix} 2\sqrt{2}k_1 + 2k_2 & k_2 & -2\sqrt{2}k_1 & 0 & -k_2 & -k_2 & -2\sqrt{2}k_1 & 0 \\ k_2 & k_2 & 0 & 0 & k_2 & -k_2 & 0 & 0 \\ -2\sqrt{2}k_1 & 0 & k_2 + 4\sqrt{2}k_1 & -k_2 & -2\sqrt{2}k_1 & 0 & -k_2 & k_2 \\ 0 & 0 & -k_2 & k_2 & 0 & 0 & k_2 & -k_2 \\ -k_2 & -k_2 & -2\sqrt{2}k_1 & 0 & k_2 + 4\sqrt{2}k_1 & k_2 & -2\sqrt{2}k_1 & 0 \\ -k_2 & -k_2 & 0 & 0 & k_2 & k_2 & 0 & 0 \\ -2\sqrt{2}k_1 & 0 & -k_2 & k_2 & -2\sqrt{2}k_1 & 0 & k_2 & -k_2 \\ 0 & 0 & k_2 & -k_2 & 0 & 0 & -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \quad (6)$$

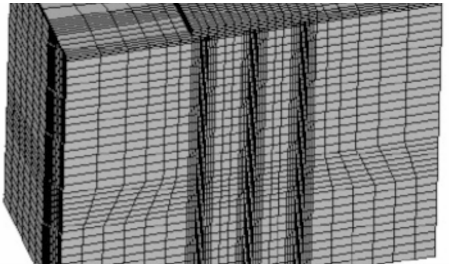


图 3 单元节点力等效关系

Fig. 3 Equivalent Relations of Unit Node Force

$$\left. \begin{aligned} F_{ix} &= \sigma_x \Delta h t / 2 - \tau_{xy} \Delta h t / 2, F_{iy} = \sigma_y \Delta h t / 2 - \tau_{yx} \Delta h t / 2 \\ F_{jx} &= \sigma_x \Delta h t / 2 + \tau_{xy} \Delta h t / 2, F_{jy} = \sigma_y \Delta h t / 2 + \tau_{yx} \Delta h t / 2 \\ F_{kx} &= \sigma_x \Delta h t / 2 - \tau_{xy} \Delta h t / 2, F_{ky} = \sigma_y \Delta h t / 2 - \tau_{yx} \Delta h t / 2 \\ F_{Lx} &= \sigma_x \Delta h t / 2 + \tau_{xy} \Delta h t / 2, F_{Ly} = \sigma_y \Delta h t / 2 + \tau_{yx} \Delta h t / 2 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中: F_{ix} 、 F_{jx} 、 F_{kx} 、 F_{Lx} 、 F_{iy} 、 F_{jy} 、 F_{ky} 、 F_{Ly} 分别为等效平面桁架单元节点力在 x 、 y 方向上的分量。

由剪应力互等定理可知

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} \quad (5)$$

由有限单元法的理论基础出发,可以验证平面应力单元和等效平面桁架单元两者的弹性形变势能、外力势能和总势能分别相等,进一步推导可得平面应力单元和平面桁架单元在对应方向上的应力、应变状态也相同,证明了等效平面桁架模型的合理性。由等效条件可知,平面应力单元构成的结构(连续弹性体)在任何外力作用下可用等效平面桁架单元组成的结构(平面桁架)代替。

1.3 计算步骤

以等效平面桁架单元作为基本单元,其计算步骤为:

(1)由相同外力作用下节点等效荷载相等的条件,求出等效平面桁架模型的初始刚度 k_{eq1} 、 k_{eq2} (令单元刚度矩阵中 $k_1 = k_{eq1}$, $k_2 = k_{eq2}$)。

(2)对等效平面桁架单元中的各杆件进行编号,并对节点自由度和节点力进行编号,计算各杆件的刚度矩阵,由刚度集成原理得桁架单元的单元刚度矩阵 K^e , K^e 的表达式为

(3) 设等效平面桁架单元的等效节点力分量为 $\mathbf{F}^e = (F_{ix}, F_{iy}, F_{jx}, F_{jy}, F_{kx}, F_{ky}, F_{lx}, F_{ly})^T$, 与其对应的等效节点位移为 $\boldsymbol{\delta}^e = (u_i, v_i, u_j, v_j, u_k, v_k, u_l, v_l)^T$, 则等效平面桁架单元的节点力和节点位移之间的关系可以表示为

$$\mathbf{F}^e = \mathbf{K}^e \boldsymbol{\delta}^e \quad (7)$$

$$\boldsymbol{\xi}^e = \begin{bmatrix} \xi_{hx} \\ \xi_{hy} \\ \xi_{ik} \\ \xi_{jl} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1/(2h) & 0 & 1/(2h) & 0 & 1/(2h) & 0 & -1/(2h) & 0 \\ 0 & 1/(2h) & 0 & 1/(2h) & 0 & -1/(2h) & 0 & -1/(2h) \\ -1/(\sqrt{2}h) & 1/(\sqrt{2}h) & 0 & 0 & 1/(\sqrt{2}h) & -1/(\sqrt{2}h) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/(\sqrt{2}h) & 1/(\sqrt{2}h) & 0 & 0 & -1/(\sqrt{2}h) & -1/(\sqrt{2}h) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ u_j \\ v_j \\ u_k \\ v_k \\ u_l \\ v_l \end{bmatrix} \quad (9)$$

式中: ξ_{hx} 、 ξ_{hy} 分别为桁架单元 x 、 y 方向各杆件的应变; ξ_{ik} 、 ξ_{jl} 为内部斜向杆件的应变; \mathbf{B} 为平面桁架单元的几何矩阵。

由本构方程可知

$$\boldsymbol{\sigma}^e = \mathbf{D} \boldsymbol{\xi}^e = \mathbf{D} \mathbf{B} \boldsymbol{\delta}^e \quad (10)$$

式中: $\boldsymbol{\sigma}^e$ 为等效节点应力; \mathbf{D} 为系数矩阵。

在此基础上, 进一步可求出等效平面桁架杆的轴力矩阵为

$$\mathbf{N}^e = \mathbf{A}_{eq} \mathbf{D} \mathbf{B} \boldsymbol{\delta}^e \quad (11)$$

由桁架杆的轴力矩阵可以计算出桁架单元的等效节点力为

$$\mathbf{F}^e = \begin{bmatrix} F_{ix} \\ F_{iy} \\ F_{jx} \\ F_{jy} \\ F_{kx} \\ F_{ky} \\ F_{lx} \\ F_{ly} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -\sqrt{2}/2 & 0 \\ 0 & 1 & \sqrt{2}/2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \sqrt{2}/2 \\ 0 & 1 & 0 & \sqrt{2}/2 \\ 1 & 0 & \sqrt{2}/2 & 0 \\ 0 & -1 & -\sqrt{2}/2 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & -\sqrt{2}/2 \\ 0 & -1 & 0 & -\sqrt{2}/2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} N_{hx} \\ N_{hy} \\ N_{ik} \\ N_{jl} \end{bmatrix} \quad (12)$$

式中: \mathbf{M} 为平衡矩阵。

综上所述, 对应于等效平面桁架某一节点的位移可以由上述步骤计算出结构的响应, 即节点力。

等效平面桁架模型的计算方法与传统有限元法的计算步骤相似, 上述计算过程适用于线性和非线性的介质中, 在非线性分析过程中, 材料的本构矩阵是变化的, 单元刚度矩阵、应力矩阵和应变矩阵需做相应的变化。

2 模型在钢筋混凝土结构中的应用

2.1 单元刚度矩阵的修正

由于钢筋混凝土结构是由钢筋和混凝土复合材

整体分析得

$$\mathbf{F} = \mathbf{K} \boldsymbol{\delta} \quad (8)$$

式中: \mathbf{F} 、 \mathbf{K} 、 $\boldsymbol{\delta}$ 分别为整体节点力、刚度和位移。由式(7)、(8)结合边界条件可以求得整体节点位移。

(4) 根据步骤 3 求得节点位移后, 再由应变的几何意义求出各杆件应变和节点位移的关系式为

料组成的, 在实际分析中, 不能将等效平面桁架模型视为单一均匀的材料, 因此单元刚度矩阵有所改变, 本文中选择钢筋混凝土有限元分析中的分离式模型, 对不规则形状的任意四边形单元引入了等参单元, 并给出了等参变换后的带钢筋单元的等效平面桁架的单元刚度。任意四边形等效平面桁架模型如图 4 所示。

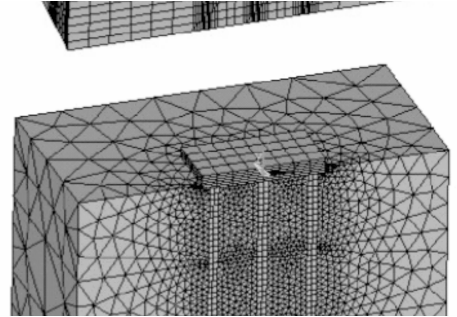


图 4 钢筋节点位移和单元节点位移的关系

Fig. 4 Relations Between Steel Bar Node Displacements and Element Node Displacements

无钢筋时任意四边形等效平面桁架模型等参单元的刚度矩阵 \mathbf{K}_e 可表示为

$$\mathbf{K}_e = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} J t d\xi d\eta \quad (13)$$

式中: \mathbf{J} 为雅可比行列式。

钢筋单元可按照平面杆件线性单元计算, 其刚度矩阵 $\bar{\mathbf{K}}_s$ 为

$$\bar{\mathbf{K}}_s = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} C^2 & CS & -C^2 & -CS \\ C^2 & S^2 & -CS & -S^2 \\ -C^2 & -CS & C^2 & CS \\ -CS & -S^2 & CS & S^2 \end{bmatrix} \quad (14)$$

式中: A 、 E 、 L 分别为钢筋杆的截面面积、弹性模量和杆件长度; C 、 S 分别为杆件与 x 轴夹角的余弦和

正弦。

通过图 4 的几何关系可以将钢筋节点位移和四边形单元节点位移通过坐标转换矩阵联系起来,即

$$\bar{\delta}_s = \begin{bmatrix} u_a \\ v_a \\ u_b \\ v_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{a_1}{l_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{a_2}{l_1} & 0 \\ 0 & \frac{a_1}{l_1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{a_2}{l_1} \\ 0 & 0 & \frac{b_1}{l_2} & 0 & \frac{b_2}{l_2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{b_1}{l_2} & 0 & \frac{b_2}{l_2} & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_1 \\ V_1 \\ U_2 \\ V_2 \\ U_3 \\ V_3 \\ U_4 \\ V_4 \end{bmatrix}$$

$$(U_1, V_1, U_2, V_2, U_3, V_3, U_4, V_4)^T = R \delta_E \quad (15)$$

式中: $u_a、v_a、u_b、v_b$ 为图 4 中杆件 ab 两端节点位移; $U_i、V_i$ 为图 4 不规则等效平面桁架模型各节点的位移, $i=1,2,3,4$; R 为坐标转换矩阵; δ_E 为单位矩阵。

由此可以将 4×1 型钢筋节点位移矩阵转换为 8×1 型的 4 节点单元节点的位移矩阵。

令 $F_E = K_s \delta_E$, 由平衡关系可得

$$F_E = R^T \bar{F}_s \quad (16)$$

将 $\bar{F}_s = \bar{K}_s \delta_s$ 及 $\bar{\delta}_s = R \delta_E$ 代入式(16)可得

$$K_s = R^T \bar{K}_s R \quad (17)$$

式中: K_s 为钢筋对整个任意四边形的刚度贡献矩阵。

在计算程序中,钢筋混凝土的刚度矩阵 K_{cs} 为

$$K_{cs} = K_c + K_s \quad (18)$$

2.2 线性分析算例

如图 5 所示的简支梁,承受 3 个集中荷载作用,笔者利用可视化的 VB 程序对其进行分析,计算模型如图 6 所示,并与通用有限元程序 ANSYS 9.0 的计算结果进行比较,沿梁长方向各节点的竖向位移和应力如图 7、8 所示。由计算结果可知,该方法可准确地反映原结构的受力变形性能,并且满足工程精度的要求。假定材料的弹性模量 $E=33\text{ GPa}$,泊松比 $\nu=1/6$,梁厚 $t=25\text{ cm}$,单元边长为 100 mm 。

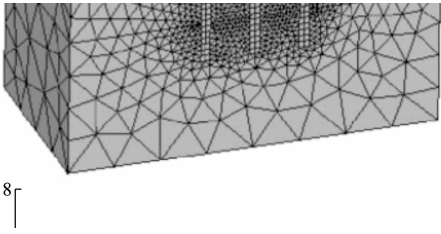


图 5 简支梁(单位:cm)

Fig. 5 Simply Supported Beam (Unit:cm)

2.3 非线性分析算例

本文中钢筋混凝土结构被离散成由等效混凝土

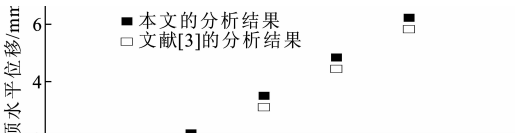


图 6 简支梁的等效平面桁架计算模型
Fig. 6 Equivalent Plane Truss Calculation Model of Simply Supported Beam

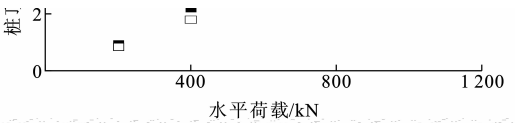


图 7 简支梁中线节点竖向位移
Fig. 7 Node Vertical Displacement of Simply Supported Beam

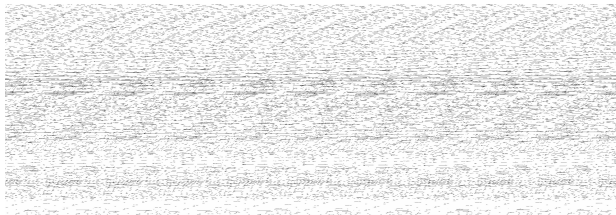


图 8 简支梁下翼缘节点在 x 方向的应力
Fig. 8 x Direction Stress of Bottom Flange Joint of Simply Supported Beam

单元和钢筋单元组成,即采用钢筋混凝土的分离式模型。其中混凝土单元采用等效铰接平面桁架单元,钢筋单元采用一维杆单元。假定钢筋和混凝土的黏结整体性能比较好,可以认为二者之间无滑移,即二者位移完全协调,所选模型如图 9 所示。

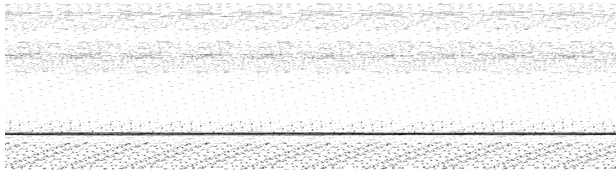


图 9 钢筋混凝土结构等效平面桁架模型
Fig. 9 Equivalent Plane Truss Model in RC Structure

2.3.1 混凝土的本构关系及破坏准则

混凝土本构采用 Saenz 公式,不考虑第 1.3 节中本构关系的卸荷骨架曲线,其破坏准则分为以下几种情况:

- (1)处于双向受拉区域的单元,当桁架杆的应变达到极限拉应变时,认为整个单元破坏。
- (2)处于一向受拉、一向受压区域的单元,当受

拉方向上的杆件达到混凝土极限拉应变时,桁架杆拉坏,斜向杆退出工作,所受外力全部由另一方向上的压杆承受;当压杆达到混凝土极限压应变时,认为整个单元破坏。

(3)处于双向受压区域的单元,当 2 个方向上的杆件都达到极限压应变时,认为整个单元破坏。

2.3.2 钢筋的本构关系

钢筋的本构关系采用线性强化弹塑性模型,由于塑性区域混凝土的极限应变总是有限的,即使钢筋的受拉变形超过了屈服平台进入了强化段,其增大也十分有限。钢筋受拉时的破坏条件为钢筋的应变达到极限应变。

3 算例分析

算例为一座落在岩石基础上的混凝土重力坝,坝体及岩石基础尺寸如图 10 所示,混凝土重力坝坝体弹性模量 $E_1=15\text{ GPa}$,重度为 $24.5\text{ kN}\cdot\text{m}^{-3}$,泊松比为 0.167;岩石基础的弹性模量 $E_0=30\text{ GPa}$,重度为 $27.0\text{ kN}\cdot\text{m}^{-3}$,泊松比为 $\nu=0.2$;水的重度为 $10\text{ kN}\cdot\text{m}^{-3}$ 。计算荷载只取自重和蓄水压力的作用,不计淤沙压力及温度的影响,取 z 方向单位厚度,可视为平面应变问题分析。采用本文的等效平面桁架模型对控制点的应力、位移及裂缝的分布情况进行分析。

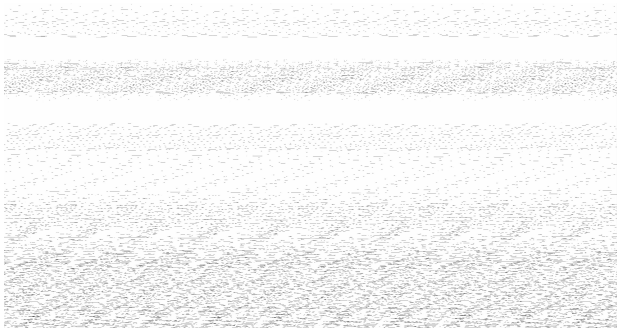


图 10 重力坝平面(单位:m)

Fig. 10 Plane of Gravitational Dam (Unit:m)

运用本文中提出的等效平面桁架模型和有限元分析软件 ANSYS 9.0 对图 10 中的控制点 1 做应力分析对比,对控制点 2 做变形分析,分析结果如下:运用本文中的等效平面桁架模型可将坝体和坝基分为 2 581 个单元、2 736 个节点。网格划分长度为 1 m。对混凝土重力坝不同的蓄水深度分析了控制点的变量随着蓄水深度的变化规律,如图 11、12 所示。

利用参数和网格化模型,由计算结果可知,混凝

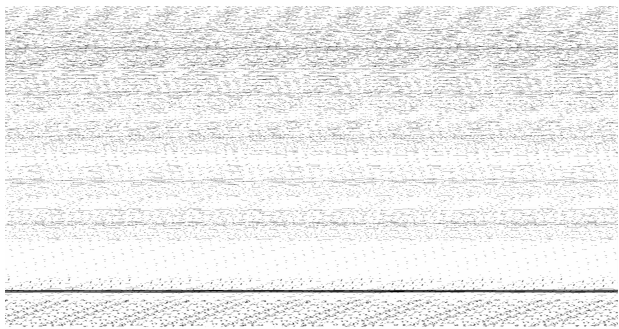


图 11 控制点 1 的 x 方向位移

Fig. 11 Controlling Point-1 x Direction Displacements

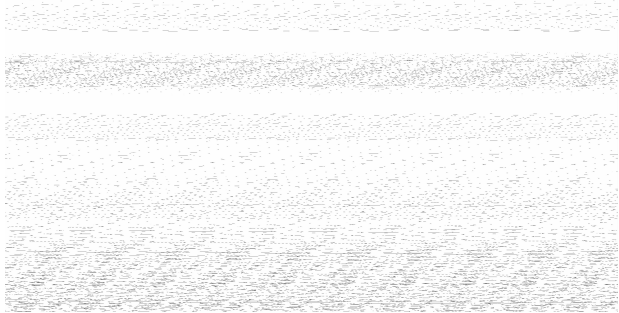


图 12 控制点 2 的 y 方向应力

Fig. 12 Controlling Point-2 of y Direction Stresses

土重力坝在满水位时,坝体与坝基连接处(控制点 2)的应力最大,而另一方向的应力则沿 x 方向逐渐增大,坝体上游面水平位移和竖向位移沿 y 方向反向逐渐减小。这和重力坝设计中的分布规律是一致的,从整体上说,应力的分布的数值计算结果和一般有限元的计算结果是相符的,可是对坝体的位移模拟不够理想,这是由 2 个方面的原因造成的:

(1)等效平面桁架单元中杆件受拉破坏,出现不稳定的裂缝,导致变形加大。

(2)等效边界约束和原边界约束不一致,坝体在实际工程中的固定约束在等效后成为铰支,只有 x 、 y 两个方向的约束。

4 结 语

(1)用等效平面桁架代替平面应力单元对平面问题分析是可行的,特别是对钢筋混凝土结构的平面应力(应变)问题,将复杂的模型简单化,只要划分的单元足够小,可以满足工程精度的要求。

(2)对于钢筋混凝土结构,确定混凝土材料的非线性本构关系、破坏准则及钢筋屈服准则,就可以用等效桁架模型模拟整个构件从加载到破坏的全过程。需要指出的是,本文中不考虑几何非线性问题,即大变形问题。

(3)借鉴一般有限元中的等参单元,可以用等效平面桁架模型处理非规则的任意四边形结构。

(4)等效后的边界约束是等效桁架单元的不足之处,还需要进一步的研究。

参考文献:

References:

- [1] COURANT R. Variational Method for Solutions of Problems of Equilibrium and Vibrations[J]. Bull Am Math Soc, 1943, 49: 1-23.
- [2] CLOUGH R W. The Finite Element Method in Plane Stress Analysis[C]//ASCE. Proceeding of 2nd ASCE Conference on Electronic Computation. Pittsburgh: ASCE, 1960: 345-378.
- [3] 吕西林, 金国芳, 吴晓涵. 钢筋混凝土结构非线性有限元理论与应用[M]. 上海: 同济大学出版社, 1999.
LU Xi-lin, JIN Guo-fang, WU Xiao-han. Nonlinear FEM Theory and Application[M]. Shanghai: Tongji University Press, 1999.
- [4] 王勖成. 有限单元法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2002.
WANG Xu-cheng. Finite Element Method[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2002.
- [5] 吴方伯, 陈坚强, 尚守平. 等效铰接桁架单元[J]. 工程力学, 2005, 22(2): 84-88.

- WU Fang-bo, CHEN Jian-qiang, SHANG Shou-ping. Equivalent Truss Element for Plane and Space Problems[J]. Engineering Mechanics, 2005, 22(2): 84-88.
- [6] 许红胜, 周绪红, 刘永健. 钢结构交错桁架体系在强震作用下的破坏模式[J]. 建筑科学与工程学报, 2007, 24(2): 63-67.
XU Hong-sheng, ZHOU Xu-hong, LIU Yong-jian. Failure Mode of Staggered Truss System of Steel Structure Under Severe Earthquake[J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2007, 24(2): 63-67.
- [7] 周期石, 周绪红, 刘永健. 交错桁架结构动力特性的简化分析方法[J]. 建筑科学与工程学报, 2006, 23(4): 28-33.
ZHOU Qi-shi, ZHOU Xu-hong, LIU Yong-jian. Simplified Analysis Methods of Dynamic Characteristic of Staggered Truss Structure[J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2006, 23(4): 28-33.
- [8] 许红胜, 周绪红, 刘永健. 影响交错桁架整体延性的结构因素[J]. 建筑科学与工程学报, 2006, 23(2): 52-56.
XU Hong-sheng, ZHOU Xu-hong, LIU Yong-jian. Structural Factors Influenced Global Ductility of Staggered-truss[J]. Journal of Architecture and Civil Engineering, 2006, 23(2): 52-56.

(上接第 80 页)

- Earthquake Publishing Company, 1998.
- [6] 耿淑伟, 陶夏新. 地震动加速度反应谱竖向分量与水平分量的比值[J]. 地震工程与工程振动, 2004, 24(5): 33-38.
GENG Shu-wei, TAO Xia-xin. The Ratios of Vertical to Horizontal Acceleration Response Spectra[J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2004, 24(5): 33-38.
- [7] VIDIC T, FAJFAR P, FISCHINGE R. Consistent Inelastic Design Spectra: Strength and Displacement[J].

- Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 1994, 23(5): 507-521.
- [8] 吕西林, 周定松. 考虑场地类别与设计分组的延性需求谱和弹塑性位移反应谱[J]. 地震工程与工程振动, 2004, 24(1): 39-48.
LU Xi-lin, ZHOU Ding-song. Ductility Demand Spectra and Inelastic Displacement Spectra Considering Soil Conditions and Design Characteristic Periods[J]. Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2004, 24(1): 39-48.